SOLUCIONARIO DEL EXAMEN PARCIAL DE MÉTODOS NUMERICOS PA 2020-2

Pregunta 1 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

El vector $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ es un vector propio de la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 3 \\ \frac{16}{5} & 1 & \frac{18}{5} \\ -2 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Determine el valor propio al cual está asociado.

Respuesta: -1

La respuesta correcta es: -1

Pregunta 2 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

Para el cálculo de la propagación de error de una función de 2 variables, seleccione la alternativa correcta para completar la codificación en Matlab:

```
k=137.11
ek=0.5e-2
x=2.13
ex=0.001
f=-k*x
..............................................
```

- ef=x*ek-k*ex
- ef=-x*ek-k*ex
- ef=x*ek+k*ex
- ef=-x*ek+k*ex

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:

ef=x*ek+k*ex

Pregunta 3 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

La posición de una partícula que se mueve unidimensionalmente esta definida por la ecuación $x(t) = 2t^3 - 15t^2 + 24t + 4$, donde x y t se expresan en metros y segundos respectivamente, además t está representado con 4 cifras decimales exactas. Determine el número de cifras decimales exactas que garantice la posición $x(t)$ cuando $t = 0.5$s

Respuesta: 2

La respuesta correcta es: 2

Pregunta 4 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

El método del punto fijo para resolver la ecuación $f(x) = 0$ viene dado por: $\begin{cases} x^{(0)} & \text{arbitrario} \\ x^{(n+1)} = \frac{x^{(n)}}{2} + \frac{1}{x^{(n)}} & n \geq 0 \end{cases}$

Determine la ecuación no lineal $f(x) = 0$ y aproxime la raíz $r = \sqrt{2}$, utilizando el método de la bisección con una iteración en el intervalo [0.5;1.5].

- 1
- 0.75
- 1.25 ✓
- 1.75

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
1.25

Escribir comentario o corregir la calificación

Pregunta 5 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

El Volumen de llenado de un tanque en litros se encuentra en función al tiempo en segundos mediante la siguiente relación:

$v(t) = e^{\frac{6t}{t+1}} + Ln(t+1)$

Se desea saber en qué instante de tiempo, alcanza llenar el tanque si este tiene una capacidad de 200 litros. Encuentre un intervalo de longitud unitaria que contenga a la raiz, cuyos extremos son números enteros y realice una iteracion de Newton-Raphson, a partir de x0, punto medio del intervalo inicial. Redondear a 4 decimales. x1=??

- a. 7.4223
- b. 7.3966
- c. 7.4218 ✓
- d. 7.4088

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
7.4218

Pregunta 6 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

Cuanto mayor es el número de bits en [el significando] ✓ , mayor es [la precisión] ✓ cómo se representan los números. Aumentando los bits del [exponente] ✓ aumenta [el rango] ✓ de los números representables en el sistema de notación de punto flotante. El [bias] ✓ es necesario para conseguir el [signo del exponente] ✓ .

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:

Cuanto mayor es el número de bits en [el significando], mayor es [la precisión] cómo se representan los números. Aumentando los bits del [exponente] aumenta [el rango]de los números representables en el sistema de notación de punto flotante. El [bias] es necesario para conseguir el **[signo del exponente].**

Pregunta 7 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

Dado el siguiente sistema lineal de ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} 5\cdot x+2\cdot y-2\cdot z=-10 \\ -3\cdot y-5\cdot z=1 \\ 5\cdot x-3\cdot y+z=-5 \end{aligned}\right\}$$

Obtenga el sistema triangulado aumentado [U c] , al aplicar la primera parte de la eliminación Gaussiana.

(No utilizar pivoteo)

Nota: En el editor usar matrices y vectores en el editor. Ver fig. adjunta

$$UC=\begin{pmatrix} * & * & * & * \\ 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * \end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix} * \\ * \\ * \end{pmatrix}$$

Respuesta:

$$UC=\begin{pmatrix} 5 & 2 & -2 & -10 \\ 0 & -3 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & 11.333 & 3.333 \end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix} -1.553 \\ -0.8235 \\ 0.2941 \end{pmatrix}$$

La respuesta correcta es: UC=52-2-100-3-5100343103X=-13285-1417517

Pregunta 8 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

[Overflow:] ocurre cuando el exponente positivo es [demasiado grande] para ser representado con el número de bits asignados al exponente [Underflow:] ocurre cuando el exponente negativo es [demasiado grande] (en valor absoluto) para ser representado con el número de bits asignados [al exponente] .

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:

[Overflow:]ocurre cuando el exponente positivo es [demasiado grande] para ser representado con el número de bits asignados al exponente. [Underflow:]ocurre cuando el exponente negativo es [demasiado grande] (en valor absoluto) para ser representado con el número de bits asignados [al exponente].

Pregunta 9 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

Considere la función $y=\frac{1-\cos(h)}{h}$ evalúe en h=10^{-9},evitando el error de cancelación. El resultado debe contener 2 dígitos significativos.

Nota.- Usar racionalización y propiedades trigonométricas para evitar el error de cancelación.

- a. 0.51e-10
- b. 2.5e-10
- c. 0.00
- d. 5.0e-10 ✓

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
5.0e-10

Pregunta 10

Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

Considere la función, $y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$, evalúe en $x=10^{20}$,evitando el error de cancelación. El resultado debe contener 2 dígitos significativos.

Nota.- Usar racionalización para evitar el error de cancelación.

- a. 0.51e-11
- b. 5.0e-11
- c. 0.00
- d. 2.5e-11

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
5.0e-11

Pregunta 11

Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

La matriz de tensiones en un punto interior de un perfil de acero, referido a un sistema cartesiano ortogonal es:

$$[T]=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & -6 & -9\\ 0 & -9 & 3\end{bmatrix} \qquad [T-8\,I]^{-1}=\begin{bmatrix}-1/7 & 0 & 0\\ 0 & 5/11 & -9/11\\ 0 & -9/11 & 14/11\end{bmatrix}$$

Si las tres tensiones principales son los valores propios de dicha matriz y los vectores propios son las direcciones de cada tensión.

Al aplicar el método de la potencia inversa con desplazamiento para hallar la tensión más cercana al escalar **q=8**, con $x^{(0)}$ = [0 1/2 -1]T

Entonces luego de 2 iteraciones se tendrá:

- $x^{(2)}$ = [0 -48/75 1 $]^T$ $\lambda^{(2)}$ = 620/72
- $x^{(2)}$ = [0 -44/72 1 $]^T$ $\lambda^{(2)}$ = 627/75
- x(2) = [0 -448/725 1]T λ(2) = 6207/725
- $x^{(2)}$ = [0 448/725 1 $]^T$ λ(2) = 6207/725

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:

x(2) = [0 -448/725 1]T λ(2) = 6207/725

Pregunta 12

Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

El comando MATLAB para obtener el menor número normalizado es:

- -realmin
- realmin
- realmax
- –realmax

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:

–realmax

Pregunta 13 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

Un sistema lineal Ax=b escrito en la forma iterativa x=Tx+c, es convergente para Jacobi si:

- (x) Todos los valores propios de T en valor absoluto son menores a 1 ✓
- ( ) La matriz A presenta diagonal dominante
- ( ) La matriz de iteración T presenta la diagonal estrictamente dominante
- ( ) Todos los valores propios de A en valor absoluto son menores a 1

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:

Todos los valores propios de T en valor absoluto son menores a 1

Pregunta 14 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

Un sistema lineal Ax=b escrito en la forma iterativa x=Tx+c, donde A=D-L-U, ¿cuál matriz de iteración T no es correcta?

- ( ) T=D^-1*(L+U)
- ( ) T=(D-L)^-1* U
- (x) Todas son correctas ✓
- ( ) T=(D-U)^-1* L

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:

Todas son correctas

Pregunta 15 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

En la revista TechNumbers aparece una página en la que se encuentra diferentes números expresados en el siguiente formato

$\pm 1, d_1 d_2 d_3 d_4 \times 2^{e_1 e_2 e_3 - 3}$

	A	B	C	D	E	F	G	H
A	1	0	1	1	0	0	0	0
B	0	1	1	1	1	1	1	0
C	1	0	0	1	1	1	1	1
D	0	0	1	1	0	0	0	1
E	0	1	1	0	1	0	0	0
F	1	1	1	1	0	0	0	0
G	0	1	0	1	0	0	0	0
H	0	0	0	0	1	0	0	0

Indicar la fila o columna donde se encuentra la representación de 1

- ( ) Fila G
- ( ) Fila D
- ( ) Columna B
- (x) Columna H ✓

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
Columna H

Pregunta 16 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

Dada la siguiente matriz

$$R=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & 12 \\ 0 & 2 & 3 & \dots & 12 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 12 \end{pmatrix}$$

Al factoriza la matriz R utilizando la instrucción en Matlab, $[L_d, U_d] = lu(R)$. se obtiene las matrices L_d y U_d, matriz triangular inferior y superior respectivamente. Halle la traza de la matriz U_d.

Sugerencia para construir la matriz R con Matlab:

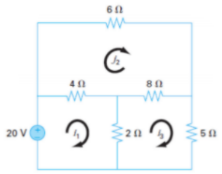
```
R=zeros(12,12);
for i=1:12
    R(i,i)=i;
    for k=i+1:12
        R(*,*)=k; % completar lo que esta en asterisco
    end
end
disp(R)
```

Respuesta: 78

La respuesta correcta es: 78

Pregunta 17 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

Al modelar el siguiente circuito eléctrico obtenemos:



$$\begin{bmatrix} 6 & -4 & -2 \\ -4 & 18 & -8 \\ -2 & -8 & 15 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 20 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Determine las matrices de iteración de Jacobi (T,C)

Calcule la segunda iteración de Jacobi si $i^{(0)}=\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

Respuesta:

$$T=\begin{pmatrix} 0 & 0.6667 & 0.3333 \\ 0.2222 & 0 & 0.4444 \\ 0.1333 & 0.5333 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C=\begin{pmatrix} 3.3333 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Primera\ Iteración=\begin{pmatrix} 5.3333 \\ 1.3333 \\ 1.3333 \end{pmatrix}$$

$$Segunda\ Iteración=\begin{pmatrix} 4.6667 \\ 1.7778 \\ 1.4222 \end{pmatrix}$$

Pregunta 18 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

En un sistema lineal Ax=b donde A es una matriz cuadrada y b vector columna no nulo. Si el determinante de A es cero, entonces seleccione la alternativa incorrecta:

- El sistema no presenta solución única
- El sistema presenta solución indeterminada
- El sistema presenta solución única ✓
- El sistema presenta solución inconsistente

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:

El sistema presenta solución única

Pregunta 19 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

El método del punto fijo para resolver la ecuación $f(x) = 0$ viene dado por: $\begin{cases} x^{(0)} & \text{arbitrario} \\ x^{(n+1)} = \frac{x^{(n)}}{2} + \frac{1}{x^{(n)}} & n \geq 0 \end{cases}$

Determine la ecuación no lineal $f(x) = 0$ y aproxime la raíz $r = \sqrt{2}$, utilizando el método de la bisección con una iteración en el intervalo [0;2].

- 1.75
- 0.75
- 1
- 1.5 ✓

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
1.5

Pregunta 20 Correcta Puntúa 1,00 sobre 1,00 Marcar pregunta Editar pregunta

Con respecto a la eliminación Gaussiana con pivoteo de filas y/o columnas, seleccione la alternativa correcta:

- Resuelve sistemas homogéneos
- Tiene la finalidad reducir los errores de redondeo ✓
- Buscar reducir la cantidad de operaciones aritméticas
- Resuelve sistemas mal condicionados

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:

Tiene la finalidad reducir los errores de redondeo

Problema Métodos de SEL directos 1 Elimina Gauss1

Suponga que una economía consta de los sectores de carbón, electricidad (energía) y acero, y la producción de cada sector se distribuye entre los diversos sectores como se muestra en la Tabla 1, donde las entradas en una columna representan las partes fraccionarias de la producción total de un sector.

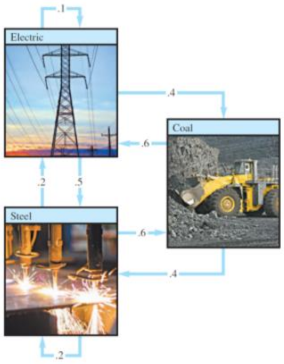


Tabla 1 Simple Economía			
Columna1	Columna2	Columna3	Columna4
Distribución de la Producción			
Carbón	Electricidad	Acero	Comprado por:
0	0.4	0.6	Carbón
0.6	0.1	0.2	Electricidad
0.4	0.5	0.2	Acero

La segunda columna de la Tabla 1, por ejemplo, dice que la producción total del sector eléctrico se divide de la siguiente manera: 40% para carbón, 50% para acero y el 10% restante para electricidad. (Electric trata este 10% como un gasto en el que incurre para operar su negocio). Dado que toda la producción debe tenerse en cuenta, las fracciones decimales de cada la columna debe sumar 1. Denote los precios (es decir, valores en dólares) de la producción anual total de los sectores del carbón, la electricidad y el acero por pC, pE y pA, respectivamente. Si es posible,

La segunda columna de la Tabla 1, por ejemplo, dice que la producción total del sector eléctrico se divide de la siguiente manera: 40% para carbón, 50% para acero y el 10% restante para electricidad. (Electric trata este 10% como un gasto en el que incurre para operar su negocio). Dado que toda la producción debe tenerse en cuenta, las fracciones decimales de cada la columna debe sumar 1. Denote los precios (es decir, valores en dólares) de la producción anual total de los sectores del carbón, la electricidad y el acero por pC, pE y pA, respectivamente. Si es posible,
encuentre precios de equilibrio que hagan que los ingresos de cada sector coincidan con sus gastos.

Nota : El sistema debe ser resuelto en función de pA.

Utilice el método de eliminación Gaussiana considerando pA=100, muestre pC y pE.

Ingrese la matriz escalonada (Triangular aumentada [U c]) y la solución del problema.

Nota: En el editor usar matrices y vectores en el editor. Ver fig. adjunta

$$\left.\begin{array}{r} -x+0.4\cdot y+0.6\cdot z=0 \\ 0.6\cdot x-0.9\cdot y+0.2\cdot z=0 \\ 0.4\cdot x+0.5\cdot y-0.8\cdot z=0 \end{array}\right\}$$

Solución

$$triangular=\begin{pmatrix} -1 & 0.4 & 0.6 & 0 \\ 0 & -0.66 & 0.56 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$precio\ Acero=100$

$precio\ Carbon=93.94$

$precio\ Electricidad=84.85$

Problema directos 2

Un ingeniero supervisa la producción de tres tipos de componentes eléctricos.

Para la producción se requieren tres tipos de materiales: metal, plástico y caucho. Las cantidades necesarias para producir cada componente son los siguientes:

Component	Metal (g/component)	Plastic (g/component)	Rubber (g/component)
1	15	0.30	1.0
2	17	0.40	1.2
3	19	0.55	1.5

Si se dispone cada día de un total de 3.89, 0.095 y 0.282 kg de metal, plástico y caucho, respectivamente, ¿cuántos componentes se pueden producir por día?

Utilice la factorización L y U de Doolitle, y la solución.

Nota : Escribir en el editor de fórmulas tal cual en corchetes , paréntesis y separado por coma. No usar lo pintado con rojo.

$$\left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x & 1 & 0 \\ x & x & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y & y & y \\ 0 & y & y \\ 0 & 0 & y \end{pmatrix}\right\}$$

$\{ \quad L \quad , \quad U \quad \}$

Solución

$$LU = \left\{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.02 & 1 & 0 \\ 0.06667 & 1.111 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 15 & 17 & 19 \\ 0 & 0.06 & 0.17 \\ 0 & 0 & 0.04444 \end{pmatrix}\right\}$$

$$X = \begin{pmatrix} 90 \\ 60 \\ 80 \end{pmatrix}$$

Problema directo 3 LU

Dado el siguiente sistema lineal de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} -5\cdot x + 2\cdot y - z = 3 \\ -2\cdot y - 2\cdot z = -10 \\ 3\cdot z = -6 \end{array}\right\}$$

Obtenga el sistema triangulado aumentado [U c] , al aplicar la primera parte de la eliminación Gaussiana.

(No utilizar pivoteo)

Nota: En el editor usar matrices y vectores en el editor. Ve

Respuesta:

$$UC = \begin{pmatrix} -5 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & -2 & -10 \\ 0 & 0 & 3 & -6 \end{pmatrix}$$

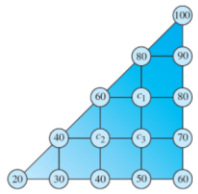
$$X = \begin{pmatrix} \frac{13}{5} \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$UC = \begin{pmatrix} * & * & * & * \\ 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} * \\ * \\ * \end{pmatrix}$$

Problema de Gauss Seidel

Los métodos iterativos de SEL se pueden aplicar a problemas de valores de frontera para analizar una región que tiene una cantidad distribuida a través de ella. Se dibuja una cuadrícula o malla sobre la región y los valores se estiman en los puntos de la cuadrícula. Se superpone una cuadrícula sobre una región triangular y se especifican los porcentajes de azul en los puntos exteriores de la cuadrícula. El valor del color en cada punto de la cuadrícula interior es aproximadamente igual a la media de los porcentajes en los puntos de la cuadrícula circundante.



Ejemplo: $c_1 = \frac{1}{4}(80 + 80 + c_3 + 60)$

Modele el SEL y aplique el método de Gauss –Seidel.

Calcule la segunda iteración de Gauss Seidel si $c^{(0)} = \begin{bmatrix} 70 \\ 50 \\ 50 \end{bmatrix}$

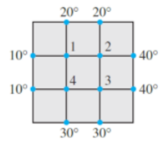
Solución

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 220 \\ 140 \\ 120 \end{bmatrix}$$

$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{8} \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 55 \\ 35 \\ \frac{105}{2} \end{pmatrix}$	$Primera\ Iteración = \begin{pmatrix} \frac{135}{2} \\ \frac{95}{2} \\ \frac{235}{4} \end{pmatrix}$ $Segunda\ Iteración = \begin{pmatrix} \frac{1115}{16} \\ \frac{795}{16} \\ \frac{1915}{32} \end{pmatrix}$

Problema Gauss_Seidel 2

Una preocupación importante en el estudio de la transferencia de calor es determinar la distribución de temperatura en estado estable de una placa delgada cuando se conoce la temperatura alrededor del límite. Suponga que la placa que se muestra en la figura representa una sección transversal de una viga de metal, con un flujo de calor insignificante en la dirección perpendicular a la placa. Sea T1,.. T4 las temperaturas en los cuatro nodos interiores de la malla en la figura. La temperatura en un nodo es aproximadamente igual al promedio de los cuatro nodos más cercanos: a la izquierda, arriba, a la derecha y abajo.



Ejemplo: $T_1 = \frac{1}{4}(T_2 + T_4 + 10 + 20)$

Modele el SEL y aplique el método de Gauss –Seidel.

Calcule la segunda iteración de Gauss Seidel si $T^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 60 \\ 70 \\ 40 \end{bmatrix}$$

Algoritmo por elementos:

$$T_1{}^{(i+1)} = \frac{1}{4}\left(T_2{}^{(i)} + T_4{}^{(i)} + 30\right)$$
$$T_2{}^{(i+1)} = \frac{1}{4}\left(T_1{}^{(i+1)} + T_3{}^{(i)} + 60\right)$$
$$T_3{}^{(i+1)} = \frac{1}{4}\left(T_2{}^{(i+1)} + T_4{}^{(i)} + 70\right)$$
$$T_4{}^{(i+1)} = \frac{1}{4}\left(T_1{}^{(i+1)} + T_3{}^{(i+1)} + 40\right)$$

Respuesta:

$$\textit{Primera Iteración} = \begin{pmatrix} 7.5 \\ 16.875 \\ 21.719 \\ 17.305 \end{pmatrix}$$

$$\textit{Segunda Iteración} = \begin{pmatrix} 16.045 \\ 24.441 \\ 27.936 \\ 20.995 \end{pmatrix}$$

Los Profesores