

EXAMEN FINAL DE METODOS NUMERICOS PARA INGENIERIA (MB540A/B)

- DURACION: 110 MINUTOS
- SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO A4
- ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS YA QUE SE TOMARA EN CUENTA EN LA CALIFICACION
- PROHIBIDO PORTAR CELULARES U OTROS EQUIPOS DE COMUNICACIÓN ELECTRONICA
- PROHIBIDO EL PRESTAMO DE CALCULADORAS, CORRECTORES, ETC

Problema 1

Sea el sistema de ecuaciones no lineales:

$$9x^2 - 36x + 4y^2 - 24y + 36 = 0$$

$$x^2 - 6x + y^2 + 2y - 15 = 0$$

- (1.0 P) Bosquejar a mano alzada la solución del sistema y localice las raíces del gráfico, indicando valores cercanos a la raíces, aproximados al entero más próximo.
- (2.0 P) Determine la raíz más alejada del origen de coordenadas usando 2 iteraciones del algoritmo de Newton-Raphson para sistemas y muestre el error, justifique la fórmula de error usada.
- (1.0 P) Seleccione un algoritmo de punto fijo para la raíz mas alejada del origen de coordenadas, y aplique el criterio de convergencia.
- (1.0 P) Realice tres iteraciones del algoritmo utilizado en c) a partir del valor inicial dado en a) y muestre el error. Comente sus resultados.

Problema 2

Sea la tabla:

x	1	2	4
y	5	m	n

Donde el polinomio interpolante de Lagrange es:

$$P_2(x) = \frac{(x-1)(x-4)}{(2-1)(2-4)}(a+c) + \frac{(x-1)(x-2)}{(4-1)(4-2)}(b+c) + \frac{(x-4)(x-2)}{(1-4)(1-2)}(b+a)$$

Si $P_2(3)=12$ y $P_2(1.5)=4$

- (2.5 P) Determine m, n, a, b y c
- (1.0 P) Estime $y'(0.5)$
- (1.5 P) Escriba un programa en MATLAB que a partir de los vectores x e y realice un ajuste por mínimos cuadrados para una función de la forma $y=a*x+b*e^x$ y retorne a, b y el factor de regresión r^2 .

Problema 3

La velocidad hacia arriba de un cohete se calcula con la siguiente fórmula:

$$v = u \ln \left(\frac{m_0}{m_0 - qt} \right) - gt$$

Donde v =velocidad hacia arriba, u =velocidad a la que se expelle el combustible en relación con el cohete, m_0 = masa inicial del cohete en el tiempo $t=0$, q =tasa de consumo de combustible y $g=9.81$ m/s², aceleración de la gravedad en dirección hacia abajo. Si $u=1800$ m/s, $m_0=160000$ kg y $q=2500$ kg/s, determinar la altura que alcanzara el cohete en un vuelo de 30 segundos.

- a) **(1.5 P)** Use la fórmula Simpson 3/8 con n=12 particiones para estimar la altura.
- b) **(1.5 P)** Aproxime la altura usando la Cuadratura de Gauss con n=3.
- c) **(1.0 P)** Estime el error para a) y b) y comente sus resultados
- d) **(1.0 P)** Escriba un código MATLAB para la parte a), b) y c).

Problema 4

Considere una ecuación diferencial de segundo orden de un circuito eléctrico serie L-C: $L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C} q = 0$
Si inicialmente la carga eléctrica es q_0 y la intensidad de corriente es 0. Además $L=400$, $C=0.001$ y $q_0=10$:

- a) **(2.0 P)** Estime la Carga y Intensidad de Corriente para $t=0.2$, usando Taylor 3 con $h=0.05$
- b) **(2.0 P)** Estime la Carga y Intensidad de Corriente para $t=0.2$, usando Runge-Kutta 2 con $h=0.05$
- c) **(1.0 P)** Determine los errores para a) y b) y comente sus resultados, si la solución analítica es:

$$q(t) = q_0 \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t\right)$$

El Profesor