UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **2017-2**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA **20/02/2018**
DACIBHCC

EXAMEN DE APLAZADOS DE METODOS NUMERICOS (MB536)

- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO Y CALCULADORA CIENTIFICA**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**
- **PROHIBIDO EL USO DE CELULARES U OTROS EQUIPOS DE COMUNICACION ELECTRONICA**
- **LAS MOCHILAS O MALETINES DEBERÁN DEJARSE EN LA PARTE INFERIOR DE LA PIZARRA**
- **DURACION: 110 MINUTOS**

Problema 1

Sea el sistema lineal, siendo ***a*** real:

$$\begin{bmatrix} 4a & 1 \\ 1 & 9a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

a) **(1.0 P)** Para qué valores de ***a***, la matriz es simétrica y definida positiva?
b) **(1.0 P)** Para qué valores de ***a***, el sistema presenta solución única?
c) **(1.0 P)** Para qué valores de ***a***, el sistema es convergente para Jacobi, según el criterio de la diagonalmente estrictamente dominante?
d) **(1.0 P)** Para qué valores de ***a***, el sistema es convergente para Jacobi, según el criterio del Radio Espectral?
e) **(1.0 P)** Realice 2 iteraciones y muestre el error para ***a*=*2***, partiendo de un vector inicial nulo.

Problema 2

Sea la función: $\mathrm{f(x)} = \left(\frac{\mathrm{x}-1}{2}\right)^2 - \mathrm{sen}(\mathrm{x}+1)$

a) **(1.0 P)** Localice las raíces de f, indicando intervalos de longitud unitaria
b) **(2.5 P)** Determine la menor raíz positiva, partiendo de un valor igual al punto medio del intervalo obtenido en a) y realice 03 iteraciones de Newton-Raphson y estime el error
c) **(1.5 P)** Escriba un código Matlab, para resolver b) hasta tener un error menor a 10^{-12}.

Problema 3

Se desea calcular el área de la región que delimitan las gráficas de f y g:

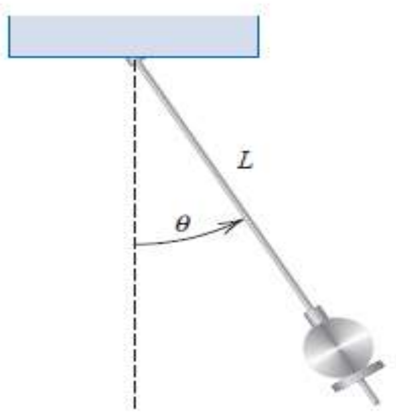
$\mathrm{f(x)} = \frac{10}{\mathrm{x}^2+1}$ $\qquad$ $\mathrm{g(x)} = \mathrm{x}^2 - 2\mathrm{x} + 2$

a) **(1.0 P)** Plantear la integral correspondiente
b) **(2.0 P)** Resolver mediante la cuadratura de Gauss, con N=3.
c) **(0.5 P)** Estime el error si la integral exacta es 12.92546881
d) **(1.5 P)** Escriba un código MATLAB, que lea N, entre 1 y 3 y muestra la Integral de Gauss aproximada, para este problema.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA 2017-2
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA 20/02/2018
DACIBHCC

Problema 4

Sea el Péndulo de la figura, cuyo movimiento es gobernado por la siguiente ecuación diferencial ordinaria:



$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\operatorname{sen}\theta = 0$$

Considere g=9.8 m/s^2 y L=1 m. Si en el instante inicial el ángulo es 0.75 rad y la velocidad angular es 0 rad/s:

a) **(1.0 P)** Reducir a una sistema de 2 EDO de primer orden
b) **(2.5 P)** Determine la posición y velocidad angular para t=0.05, 0.1 seg, aplicando Taylor de segundo orden
c) **(1.5 P)** Escriba un programa que determine el tiempo para que el péndulo este en posición vertical aplicando Taylor de orden 2.

Los Profesores

Solucionario Examen de Aplazados de Métodos Numéricos

Problema 1

a) Por Silvester:

$4a > 0$

$36a^2 - 1 > 0$

$a \in < -\infty, -\frac{1}{6} > \cup < \frac{1}{6}, \infty >$

Intersectando:

$a \in < \frac{1}{6}, \infty >$

b) Para solución única:

$det(A) \neq 0$

$a \neq \pm 1/6$

c) Para el criterio de la diagonal estrictamente dominante:

$|4a| > 1$

$|9a| > 1$

$a \in < -\infty, -\frac{1}{4} > \cup < \frac{1}{4}, \infty >$

d) Para el criterio del radio espectral de Jacobi:

$$T_J = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{4a} \\ -\frac{1}{9a} & 0 \end{bmatrix}$$

$\rho(T_J) = \frac{1}{6|a|} < 1$

$a \in < -\infty, -\frac{1}{6} > \cup < \frac{1}{6}, \infty >$

e) Aplicando Jacobi:

$x_{N+1} = (1 - y_N)/8$

$y_{N+1} = (2 - x_N)/18$

N	x_N	y_N	Err
0	0	0	-----
1	0.125	0.1111	0.125
2	0.1111	0.1042	0.0139

Problema 2

a)

Raíces en [-1,0] y [1,2]

b)

$$f(x) = \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 - \operatorname{sen}(x+1)$$

$$f'(x) = 2x - 2 - \cos(x+1)$$

$$x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$$

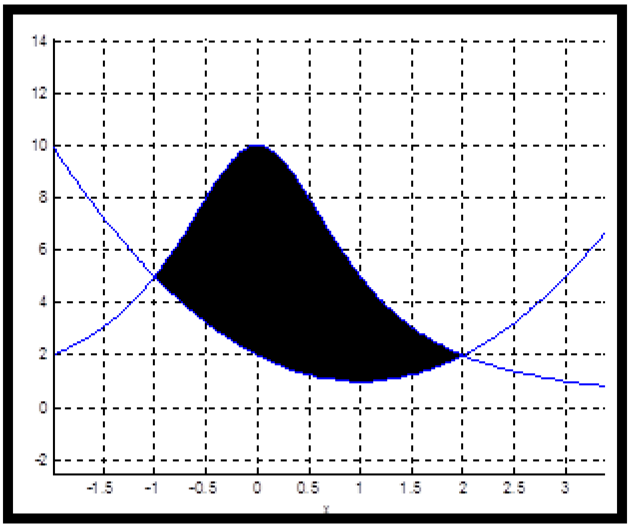
xn	Error
1.500000000000000	-----------------
2.009894305760567	0.509894305760567
1.927253998159970	0.082640307600597
1.925693186393502	0.001560811766468

c)

```
% subsana2.m
s='((x-1)/2)^2-sin(x+1)'
ezplot(s)  % raices en [-1,0] y [1,2]
grid
ds=diff(s)
f=inline(s)
df=inline(ds)
x=1.5, acum=[x NaN]; TOL=1e-12;
for i=1:10
    xn=x-f(x)/df(x);
    err=abs(xn-x);
    acum=[acum; xn err];
    x=xn;
    if err<TOL
        break
    end
end
disp(acum)
```

Problema 3

a)



$$\mathrm{f(x)} = \frac{10}{x^2+1}$$

$$\mathrm{g(x)} = x^2 - 2x + 2$$

$$\mathrm{I} = \int_{-1}^{2} \frac{10}{x^2+1} - (x^2 - 2x + 2)\mathrm{dx}$$

b) Cuadratura de Gauss

$$x = \frac{3t+1}{2}$$

$$dx = \frac{3}{2}dt$$

$$\mathrm{I} = \frac{3}{2}\int_{-1}^{1} \frac{10}{\left(\frac{3t+1}{2}\right)^2+1} - \left(\left(\frac{3t+1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{3t+1}{2}\right) + 2\right)\mathrm{dt}$$

$$I = \frac{5}{9}F\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + \frac{8}{9}F(0) + \frac{5}{9}F\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$$

I=**12.67652495**

c)

Err=0.2489

d)

```
syms t
s='10/(x^2+1)-(x^2-2*x+2)'
ezplot(s)
grid
Ie=double(int(s,-1,2))
ss=subs(s,(3*t+1)/2)
ff=inline(3/2*ss)
N=input('Ingrese N=')
switch N
    case 1
        I1=2*ff(0)
    case 2
        I2=ff(sqrt(3)/3)+ff(-sqrt(3)/3)
    case 3
        I3=5/9*ff(-
sqrt(3/5))+8/9*ff(0)+5/9*ff(sqrt(3/5))
        % I3 =  12.676524953789279
    otherwise
        disp('N fuera de rango!!!')
end
Err=abs(Ie-I3)
```

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **2017-2**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA **20/02/2018**
DACIBHCC

Problema 4

a)

$\frac{d\theta}{dt} = v$ $\theta(0)$=0.75

$\frac{dv}{dt} = -9.8\ sen\theta$ v$(0) = 0$

b)

Taylor de orden 2

$t_{N+1} = t_{N+1} + h$

$$\theta_{N+1} = \theta_N + h\ v_N + \frac{h^2}{2}(-9.8\ sen\theta_N)$$

$$v_{N+1} = v_N + h\ (-9.8\ sen\theta_N) + \frac{h^2}{2}v_N(-9.8\ cos\ \theta_N)$$

t	Θ	v
0	0.75	0
0.05	0.7416	-0.3340
0.1	0.7167	-0.6620

c)

```
t(1)=0; u1(1)=0.75; u2(1)=0; h=0.05;
for i=1:20
    t(i+1)=t(i)+h;
    u1(i+1)=u1(i)+h*u2(i)+h^2/2*-9.8*sin(u1(i));
    u2(i+1)=u2(i)+h*-9.8*sin(u1(i))+h^2/2*-9.8*cos(u1(i))*u2(i);
    if u1(i+1)<=0
        break
    end
end
plot(t,u1,t,u2),grid
legend('u1(t)','u2(t)')
disp([t' u1' u2'])
```