

EXAMEN PARCIAL DE METODOS NUMERICOS (MB536A/B)

- DURACION: 110 MINUTOS
- SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO A4
- ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS

Problema 1

- a) (2.5 Pts) Una partícula se mueve según la siguiente ecuación: $\omega = \frac{a}{e^{b\theta}(b^2 + 1)}$

Si $\Theta=0.235$, $b=0.15$ y $a=12.25$. ¿Cuál debe ser el error permisible en la variables a fin de que ω tenga un error no mayor al 5 %.

- b) (2.5 Pts) Sea un sistema basado en la norma IEEE-754 con las siguientes características: Almacenamiento de 18 bits: signo: 1 bit, exponente: 6 bits, mantisa : 11 bits, determine el valor binario y decimal de:
- El mayor número positivo normalizado
 - El menor positivo número subnormal
 - El número -0.235 en binario.

Problema 2

Sea el sistema:

$$\begin{bmatrix} b & 1 & 0 & 0 \\ b^2 & 2b & 1 & 0 \\ 0 & b^2 & 2b & 1 \\ 0 & 0 & b^2 & 2b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b \\ b^2 - 1 \\ -2b \\ -b^2 \end{bmatrix}$$

- (1 Pto) Para que valores de b el sistema presenta solución absurda
- (2 Pts) Obtener la factorización de Doolite a partir del proceso de Eliminación de Gauss.
- (2 Pts) Resolver los sistemas triangulares obtenidos en c)

Problema 3

Sea el sistema: $\begin{bmatrix} 7 & k+1 \\ k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$

- (1 Pts.) Determine, en rango de todos los valores posible de k que aseguren la convergencia del Método de Gauss-Seidel.
- (1 Pto.) Determine, en rango de valores de k para los cuales Gauss-Seidel es convergente a pesar de que A no tenga diagonal estrictamente dominante
- (2 Pts.) Realice iteraciones de Gauss-Seidel para $k=1/10$ hasta tener una precisión de 0.001 partiendo de un vector inicial nulo. Fundamente la fórmula de error usada.
- (1 Pto.) Escriba un programa MATLAB para resolver c)

Problema 4

La resistencia de puesta a tierra de una varilla vertical de longitud L y diámetro d, enterrada a una profundidad h, se puede calcular con la fórmula siguiente:

$$R = 0.366 \frac{\rho}{L} \text{Log} \left(\frac{2L}{d} \sqrt{\frac{4h+3L}{4h+L}} \right), \text{ donde } \rho \text{ es la resistividad del terreno. ¿cuál debe ser la}$$

longitud de la varilla en metros para tener una resistencia $R=40$ Ohms; si $d=0.025$ m y $\rho=50$ Ohm/m y $h=1$ m?

- a) **(1 Pto.)** Localice todas las raíces con intervalos de longitud unitaria
- b) **(1.5 Pts.)** Encuentre la raíz mediante 03 iteraciones de Bisección partiendo del intervalo obtenido en a) y estime el error
- c) **(1.5 Pts.)** A partir de la respuesta en b) aplique el método de aproximaciones sucesivas hasta tener una precisión de 10^{-5} . Pruebe por lo menos 2 alternativas.
- d) **(1 Pto.)** Escriba un programa MATLAB para la parte c).

Los Profesores

Solucionario

Pregunta 1

a)

$$\omega = \frac{a}{e^{b\theta}(b^2 + 1)} = 11.5655$$

$$\xi_w = 0.05 \times 11.5655 = 0.5783$$

$$\xi_w = \left| \frac{\partial w}{\partial a} \right| \xi_a + \left| \frac{\partial w}{\partial b} \right| \xi_b + \left| \frac{\partial w}{\partial \theta} \right| \xi_\theta$$

$$\frac{\xi_w}{3} = \left| \frac{\partial w}{\partial a} \right| \xi_a \quad \xi_a = 0.2042$$

$$\frac{\xi_w}{3} = \left| \frac{\partial w}{\partial b} \right| \xi_b \quad \xi_b = 0.0315$$

$$\frac{\xi_w}{3} = \left| \frac{\partial w}{\partial \theta} \right| \xi_\theta \quad \xi_\theta = 0.1111$$

b)

i)

$$\text{realmax} = (-1)^{(0)} * (1.11111111111) * 2^{(111110-31)} = (1+2^{-1}+2^{-3}+\dots+2^{-11}) * 2^{31}$$

$$\text{realmax} = \mathbf{4.2939E9}$$

$$\mathbf{0 \ 111110 \ 11111111111}$$

ii)

$$x = (-1)^0 * (0.00000000001) * 2^{-30} = 2^{-41} = \mathbf{4.5475e-013}$$

$$\mathbf{0 \ 000000 \ 00000000001}$$

iii)

$$x = -0.235$$

$$x = -0.00111100001010 = (-1)^1 * 1.11100001010 * 2^{-3}$$

$$E-31 = -3 \quad E=28 = 11100$$

$$\mathbf{1 \ 011100 \ 11100001010}$$

$$\mathbf{0.234985351562500}$$

Problema 2

a) Para solución absurda se requiere que $\text{Rango}(A) \neq \text{Rango}(A|b)$, en este caso no se cumple para ningún valor

b) Factorizacion de Doolite

L =

$$[1, 0, 0, 0]$$

$$[b, 1, 0, 0]$$

$$[0, b, 1, 0]$$

$$[0, 0, b, 1]$$

U =

$$[b, 1, 0, 0]$$

$$[0, b, 1, 0]$$

$$[0, 0, b, 1]$$

$$[0, 0, 0, b]$$

$$L^*z=b$$

$$z = \begin{bmatrix} b \\ -1 \\ -b \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$-1$$

$$-b$$

$$0$$

$$U^*x=z$$

$$x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$0$$

$$-1$$

$$0$$

Problema 3

a)

$$A = \begin{bmatrix} 7 & k+1 \\ k & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_G = (D - L)^{-1}U$$

$$P(\lambda) = \det(T_G - \lambda I)$$

$$\rho(T_G) = \left| \frac{k(k+1)}{7} \right| < 1$$

$$-3.1926 < k < 2.1926$$

b)

$$k \in \langle -3.1926, 1 \rangle \cup \langle 2.1926, \infty \rangle$$

c)

$$k=1/10$$

$$Tg = \begin{bmatrix} 0 & -0.1571 \\ 0 & 0.0157 \end{bmatrix}$$

$$Cg = \begin{bmatrix} 1.0000 \\ 5.9000 \end{bmatrix}$$

$$x^{(0)} = [0 \ 0]^T$$

$$x^{(n+1)} = Tg * x^{(n)} + Cg$$

	x1	x2	err
	0	0	-----
	1.0000	5.9000	5.9841
	0.0729	5.9927	0.9318
	0.0583	5.9942	0.0146
	0.0581	5.9942	0.0002

d)

syms k

$$A = [7 \ k+1; k \ 1]$$

$$B = [7 \ 6]'$$

$$D = \text{diag}(\text{diag}(A))$$

$$L = D - \text{tril}(A)$$

$$U = D - \text{triu}(A)$$

$$Tg = \text{inv}(D - L) * U$$

$$Cg = \text{inv}(D - L) * B$$

$$Tg = \text{subs}(Tg, 1/10)$$

```
Cg=subs (Cg,1/10)
x=zeros (2,1); TOL=1e-3; acum=[x' NaN];
for i=1:10
    xn=Tg*x+Cg;
    err=norm(xn-x,2);
    x=xn;
    acum=[acum; xn' err];
    if err<TOL
        break
    end
end
disp(acum)
```

Problema 4

a)

raiz entre [0,1]

b) Método de Bisección

a	b	c	e
0	1	0.5	0.5
0.5	0.75	1	0.25
0.75	1	0.875	0.125

La raíz es 0.875 con una precisión de 0.875

c) Método del Punto Fijo

$L=g(L)=0.366*50/40*\log(2*L/0.025*\sqrt{(4+3*L)/(4+L)})$

L	Err
0.8750000000000000	NaN
0.874604429620391	0.000395570379609
0.874504850142200	0.000099579478191
0.874479775557595	0.000025074584605
0.874473461227015	0.000006314330580
0.874471871112675	0.000001590114340

d) Programa en MATLAB

```
s='0.366*50/40*log10(2*L/0.025*sqrt((4+3*L)/(4+L)))'
g=inline(s)
x=0.875; acum=[x NaN];
for i=1:20
    xn=g(x);
    err=abs(xn-x);
    x=xn;
    acum=[acum;x err];
    if err<1e-5
        break
    end
end
disp(acum)
```