UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA — P.A. 2013-2
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA — 18/10/2013
DACIBAHCC

EXAMEN PARCIAL DE METODOS NUMERICOS (MB536)

- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO Y CALCULADORA**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**
- **PROHIBIDO EL USO DE CELULARES U OTROS EQUIPOS DE COMUNICACION ELECTRONICA**
- **DURACION: 110 MINUTOS**

Problema 1

a) **(2.5 Pto.)** Sea la siguiente expresión para calcular el torque (N-m) en un anillo circular que gira alrededor de un eje en contacto con una capa de fluido:

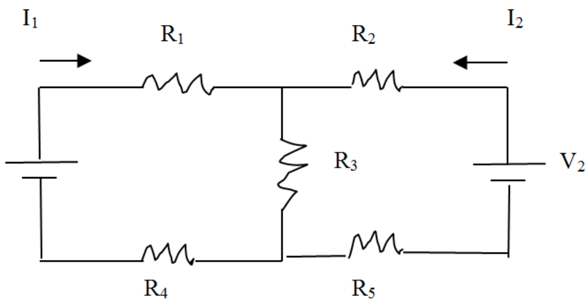
$$T = 1.57\frac{\mu\,\omega}{\varepsilon}\left(\mathrm{Re}^4 - Ri^4\right)$$

Si $\mu = 0.05$ Pa-s, $\omega = 100$ rad/s, $\varepsilon = 0.001$ m, Re=0.2 m y Ri=0.1 m ¿Cuál es el error absoluto permisible en las variables tal que T tenga un error inferior al 5%.

b) **(2.5 Pto.)** Sea un sistema basado en la norma IEEE-754 con las siguientes características: Almacenamiento de 16 bits: signo: 1 bit, exponente: 5 bits, mantisa : 10 bits, determine:

i) El valor de T de la pregunta a) en binario y en decimal
ii) El mayor número positivo normalizado valor binario y decimal
iii) El épsilon de la maquina

Problema 2 En el siguiente circuito eléctrico:



Al aplicar las ecuaciones de malla se tiene:

$$V_1 = I_1 R_1 + (I_1 + I_2) R_3 + I_1 R_4$$

$$V_2 = I_2 R_2 + (I_1 + I_2) R_3 + I_2 R_5$$

Si V_1=1.15 voltios; V_2=1.35 voltios; R_1=0.01 Ohmios; R_2=0.02 Ohmios

R_3=1 Ohmios; R_4 = 0.03 Ohmios; R_5 =0.02 Ohmios

a) **(01 Pto.)** ¿Qué puede afirmar de la convergencia del sistema para Gauss-Seidel?

b) **(01 Pto.)** Realice 04 iteraciones partiendo de $\mathbf{I_1^{(0)} = -1}$, $\mathbf{I_2^{(0)} = 3}$, indique el error porcentual y comente su respuesta.

Nota.- use norma Euclidiana para el error.

c) **(01 Pto.)** ¿Cuál es la corriente que pasa por R_3?

d) **(01 Pto.)** Si se intercambian las filas del sistema, analice la convergencia para el método de Jacobi, sin realizar iteraciones.

e) **(01 Pto.)** Realice la función que tenga la siguiente cabecera :

```
function [ x]=itera(T,c, xo,tol)
% xo: vector inicial,    tol: tolerancia o error
% resuelva cualquier método iterativo de la forma x(k+1)=Tx(k)+c
```

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **P.A. 2013-2**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA **18/10/2013**
DACIBAHCC

Problema 3 La matriz de tensiones en un punto interior de un sólido elástico, referido a un sistema cartesiano ortogonal Oxyz es:

$$T = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -11 & -12 \\ 0 & -12 & 1 \end{bmatrix}$$

Estando expresados sus componentes en N/mm^2. La tensión equivalente que habría que someter una misma probeta del mismo material en un ensayo de tracción para que tuviera el mismo coeficiente de seguridad que el sólido considerado, de acuerdo al criterio de Von Mises, se determina con la siguiente expresión:

$$\sigma_{equivalente} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

Donde σ_i son los autovalores de T, expresados en N/mm^2

a) **(1 Pto.)** Aplicando el teorema de Gershgorin, determine directamente σ_1.
b) **(2.5 Pto.)** Aplicando el método de la potencia determine el mayor σ_2, partiendo del vector $u = [0 \;\; 1 \;\; 0.5]^t$, considere solo 3 iteraciones, redondeado a 2 decimales.
c) **(0.5 Pto.)** Determine el $\sigma_{equivalente}$, si σ_3= es 8.4164
d) **(1 Pto.)** Implemente algún método iterativo en código matlab, que permita encontrar algún σ_i cercano a 10.

Problema 4

Sea P un punto de la curva C: y = 4sen(2x) en el primer cuadrante y de abscisa 2a. La recta L : x =a, las rectas tangente y normal a la curva C en el punto P, forman un triángulo de área 600 u^2. Hallar:

a) **(3 Pto.)** La función de iteración para el cálculo de a.
b) **(2 Pto.)** La ecuación de la recta L, sabiendo que a ϵ [0.2, 0.5]. Use el método de Newton con una aproximación de 3 cifras decimales.

Los Profesores

SOLUCIONARIO EXAMEN PARCIAL 2013-2

Solución Problema 1

a) T= 11.7750

$$\xi_T = \left|\frac{\partial T}{\partial \mu}\right|\xi_\mu + \left|\frac{\partial T}{\partial \omega}\right|\xi_\omega + \left|\frac{\partial T}{\partial \varepsilon}\right|\xi_\varepsilon + \left|\frac{\partial T}{\partial \mathrm{Re}}\right|\xi_{\mathrm{Re}} + \left|\frac{\partial T}{\partial Ri}\right|\xi_{Ri} = 5\%11.7750 = 0.5888$$

Por principio de igual efecto, calculamos los errores permisibles de cada variable:

$$\xi_\mu = \frac{\xi_T}{5\left|\frac{\partial T}{\partial \mu}\right|} = 5\text{x}10^{-4}$$

$$\xi_\omega = \frac{\xi_T}{5\left|\frac{\partial T}{\partial \omega}\right|} = 1$$

$$\xi_\varepsilon = \frac{\xi_T}{5\left|\frac{\partial T}{\partial \varepsilon}\right|} = 10^{-5}$$

$$\xi_{\mathrm{Re}} = \frac{\xi_T}{5\left|\frac{\partial T}{\partial \mathrm{Re}}\right|} = 4.6875\text{x}10^{-4}$$

$$\xi_{Ri} = \frac{\xi_T}{5\left|\frac{\partial T}{\partial Ri}\right|} = 0.0038$$

b) i) T= 11.7750=1011.1100011=1.0111100011x2^3=11.7734
1.0111100011x2^{E-X}
X=2^{5-1}-1=15
E-15=3
E=18=10010
T=0 10010 0111100011
ii)
x=$(-1)^0$(1.1111111111)x$2^{11110-15}$=2^{16}

0 11110 1111111111

iii)

UNO=$(-1)^0$(1.0000000000)x2^0
UNO+EPS=$(-1)^0$(1.0000000001)x2^0
Restando:
EPS=2^{-10}=0.001

Solución Problema 2

a) Se puede afirmar que el sistema va a converger por presentar diagonal dominante.
Solución.-

$$\begin{bmatrix} 1.04 & 1 \\ 1 & 1.04 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.35 \\ 1.35 \end{bmatrix}$$

b) i1 = -1 , i2=3
Algoritmo de Gauss_Seidel

$I_1^{(k)}=(1.15-I_2^{(k-1)})/1.04$

$I_2^{(k-1)}=(1.35-I_1^{(k)})/1.04$

	0	1	2	3	4	5
I_1	-1	-1.7788	-1.7870	-1.7946	-1.8016	-1.8080
I_2	3	3.0085	3.0164	3.0236	3.0304	3.0366

Error cometido = sqrt($(-1.8080 +1.8016)^2+(3.0366-3.0304)^2$) =0.89 E(-03) %norma 2 casi el 0.09%

b) La corriente que pasa por R_3 es: $I = (I_1+I_2) = (-1.8+3.04)=1.24$ amp.

c)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1.04 \\ 1.04 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.35 \\ 1.35 \end{bmatrix}$$

$$T_J = \begin{bmatrix} 1 & 1.04 \\ 1.04 & 1 \end{bmatrix}$$

$\rho(Tj)= 1.04$ no se puede asegurar que converge.

d)
```
function [x]= itera(T,c,xo,tol)
% realiza las iteraciones
k=0;
e=1;
while   e>tol
    x=Txo+c;
   e=norm(x-x0)/norm(x);
    k=k+1;
   xo=x;
end
```

Solución Problema 3

a) Por simple inspección, usando Gershgorin σ_1=5.

b) Partiendo del vector indicado, se realiza las iteraciones respectivas y se obtienen los siguientes resultados, aplicando el método de la potencia:
Iteración 1 y=0.00000 -17.00000 -11.50000
Lam=-17.0000000000 u=-0.00000 1.00000 0.67647

Iteración 2 y=0.00000 -19.11765 -11.32353
Lam=-19.1176470588 u=-0.00000 1.00000 0.59231

Iteración 3 y=0.00000 -18.10769 -11.40769
Lam=-18.1076923077 u=-0.00000 1.00000 0.62999

Por lo tanto el σ_2=-18.11

c) Aplicando la fórmula
$\sigma_{equivalente}$=24.9939

d)

```
A=[5 0 0
 0 -11 -12
 0 -12 1];
q=10; MAXITE=1000;
err=1e-5;
u=[1 1 1]';
A=inv(A-q*eye(length(A)));
for i=1:MAXITE
    y=A*u;
    [m,p]=max(abs(y));
    lam=y(p);
    yn=y/lam;%yn normalizado <=1
    err=norm(yn-u,2);
    u=yn;
    lq=1/lam+q;
    if err<TOL  break
    end
end
```

Solución Problema 4

Punto P: P = (2a, 4sen4a)

Recta L_t : m = y' = 8 cos 2x. Para x =2a : y' = 8 cos 4a

Luego:

L_t : y = 8 cos (4a). x + 4 sen(4a) – 16a cos(4a)

Punto R : Intersección de L y L_t

R = (a, 4 sen4a – 8a cos 4a)

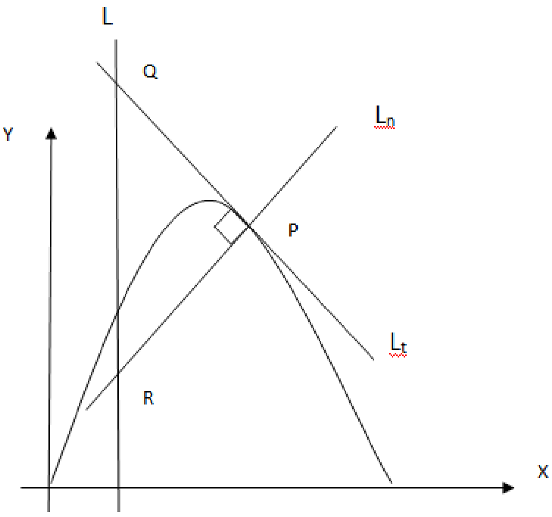
Recta L_n : m = -1/(8cos4a).

Luego:

L_n : y = -x/(8cos4a) + 4 sen(4a) + a/(4cos4a)

Punto Q : Intersección de L y L_n

Q = (a, 4 sen4a + a/ 8cos 4a)



Área del triángulo:

$$600 = \frac{bh}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + \left(\frac{-a}{8\cos 4a}\right)^2}\,.\sqrt{a^2 + (8a\cos 4a)^2}$$

Luego:

$$1200 = \frac{a^2(1 + 64\cos^2 4a)}{8\cos 4a}$$

$$9600\cos(4a) - a^2 - 64a^2\cos^2(4a) = 0$$

$$Luego: \quad f(a) = 9600\cos(4a) - a^2 - 64a^2\cos^2(4a)$$

$$f'(a) = -38400 sen(4a) - 2a - 128a\cos^2(4a) + 256a^2 sen(8a)$$

Aplicando el método de Newton:

	Xi	error i
i = 0	0.2	
i= 1	0.4427	0.2427
i= 2	0.3920	0.0507
i=3	0.3927	0.0007
i=4	0.3927	0.0000

Respuesta: L : x = 0.3927