UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA
DACIBAHCC

P.A. 2009-1
05/08/2009

EXAMEN SUSTITUTORIO DE METODOS NUMERICOS (MB536)

- **DURACION: 110 MINUTOS**
- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**

Problema 1 **(7 ptos)**

Vamos a buscar los valores de ***a*** que verifican la identidad de Raabe:

$$a\ln(a) - a + \ln(\sqrt{2\pi}) = a$$

a. Demuestre gráficamente que las raíces se encuentran cercanas a x_{01}=0.2 y x_{02}=6
b. Utilice el método de Newton Raphson para obtener la menor raíz positiva con tolerancia de una diezmilésima. ¿Cuántas iteraciones ha necesitado?
c. Determine los algoritmos del punto fijo que convergen a la menor y mayor raíz.
d. Realice cuatro iteraciones para el punto inicial a la menor raíz con el algoritmo encontrado en el ítem c).
e. Hacer la función en Matlab que resuelva el método del punto fijo con una tolerancia prefijada y con la función g conocida.

```
function[ x, H]=ptofijo(g,xo,tol)
% H  Matriz de historial de iteraciones: [ itera  x ]
% g   dirección de la función convergente del punto fijo
%xo  valor inicial
%tol  tolerancia permitida
% x   valor de la aproximación a la raíz
```

Problema 2 **(6.5 ptos)**

a) Mediante coeficientes indeterminados deduzca una fórmula de integración de la forma :

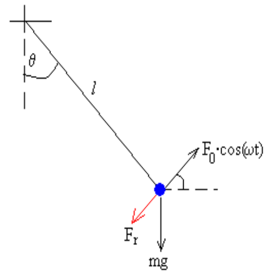
$$\int_0^1 f(x)dx \approx p\ f(0) + q\ f(1/4) + r\ f(3/4) + s\ f(1)$$

b) Haciendo uso de la formula anterior aproxime: $\int_1^3 t^4\, dt$ y evalué el error.

c) Usando la formula deducida en a) escriba una función en MATLAB para evaluar la integral $\int_a^b f(t)dt$ para ello use la cabecera: ***function I = intg(f, a, b)***. Escriba los comandos MATLAB necesarios para resolver b).

Problema 3 **(6.5 ptos)**

La ecuación diferencial de un péndulo simple es: $\ddot{\theta} + \frac{g}{L} sen(\theta) = 0$, donde θ es la posición angular del péndulo respecto a la vertical. La masa del péndulo se suelta desde θ =1.5 radianes con L=2m y g=9.81 m/s^2



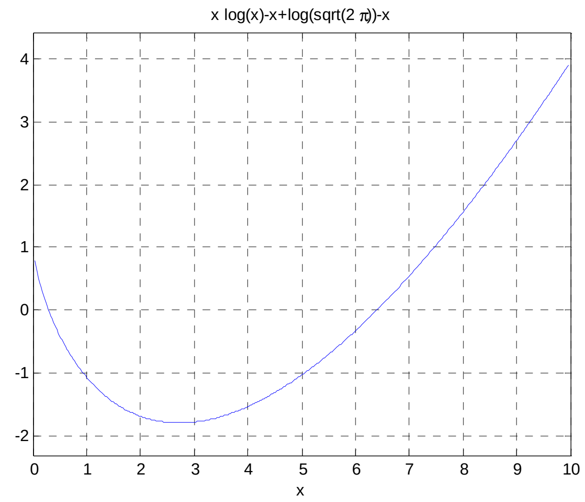
Determine lo siguiente:

a) La posición y velocidad angular en el primer segundo usando el método de Euler progresivo con un paso de 0.25.
b) Configure la función que evalué f(t, θ , $\dot{\theta}$) en Matlab e indique la instrucción correspondiente para resolver la EDO usando ODE45.

Los Profesores

P1 Solución

a)



b) x0 = 0.2000

x1=x0-f(x0)/df(x0)

x1 = 0.2755 Error= 0.0755

x2=x1-f(x1)/df(x1)

$\boxed{\text{x2 = 0.2811}}$ Error = 0.0056 < 0.01

c) Algoritmo que converge a la menor raíz

$$x = \frac{x\ln(x) + \ln(\sqrt{2\pi})}{2} = g(x)$$

$$g'(x) = \frac{\ln(x)+1}{2}$$

$|g'(0.2)| = 0.3047$ k<1 converge

Algoritmo que converge a la mayor raíz

$$x = \frac{2}{\ln(x)} + \frac{2x + \ln(\sqrt{2\pi})}{x\ln^2(x)} = g(x)$$

$|g'(6)| = 0.5410$ =k<1

d) Menor raíz con el punto fijo converge

x 0= 0.2000

>> x=g(x)

X1 = 0.2985

X2 = 0.2790
X3 = 0.2814
X4 = 0.2811

```
function [x,H]=ptofijo(g,x0,tol)
H=[ 0  x0 ];
for i=1:50
x=feval(g,x0);
error=abs(x-x0);
H=[H; i x ];

if error<tol, break
end
x0=x;
end
```

P2 solución

a) La integral será exacta para el conjunto de funciones: $w(x)=\{1, x, x^2, x^3\}$.
Planteándose el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1/4 & 3/4 & 1 \\ 0 & (1/4)^2 & (3/4)^2 & 1 \\ 0 & (1/4)^3 & (3/4)^3 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \\ s \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 1/3 \\ 1/4 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \\ s \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1/18 \\ 4/9 \\ 4/9 \\ 1/18 \end{bmatrix}$$

b) Cambiando a limites adecuados:

$$t=(b-a)x+a$$

$$t=2x+1$$

$$dt=2dx$$

$$I=\int_0^1 2(2x+1)^4 dx=\int_0^1 f(x)dx$$

$$I=\frac{1}{18}f(0)+\frac{4}{9}f(1/4)+\frac{4}{9}f(3/4)+\frac{1}{18}f(1)=\frac{145}{3}=48.3333$$

$$Ie=\left.\frac{t^5}{5}\right|_1^3=\frac{242}{5}=48.4$$

$$err=\frac{1}{15}=0.0667$$

c)

```
function I=intg(f,a,b)
I=(b-a)*(1/18*feval(f,a)+4/9*feval(f,1/4*(b-a)+a)+
              4/9*feval(f,3/4*(b-a)+a)+1/18*feval(f,b));
»ff=inline('t.^4')
» II=intg(ff,1,3)
II = 48.3333
```

P3 solución

a)

Luego de iterar obtenemos:

t	θ	$\dot{\theta}$
0	1.5000	0
0.2500	1.5000	-1.2232
0.5000	1.1942	-2.4464
0.7500	0.5826	-3.5867
1.0000	-0.3141	-4.2614

Posición= -0.3141 rad

Angulo= -4.2614 rad/seg

b)

Función del sistema en Matlab

```
function tetp=funp(t,tet)
g=9.81;
L=2;
tet1=tet(1);
tet2=tet(2);
tetp=[tet2 ;-g*sin(tet1)/L];
```

Instrucción en Matlab

```
[t,tet]=ode45('funp',[0 1],[1.5 0])
```