UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **Ciclo :2005-2**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA
AREA ACADEMICA DE CIENCIAS BASICAS

CALCULO NUMERICO (MB535)
PRIMERA PRACTICA CALIFICADA (PARTE A)

INDICACIONES

1. Resolver las preguntas según la tabla siguiente:

SECC.	PROBLEMAS		
A	1	5	23
C	2	6	24
D	3	7	17
E	4	8	18
F	11	9	19
G	14	10	20
H	15	12	21
I	16	13	22

2. Se formarán grupos de uno o dos alumnos correspondientes a la misma sección.
3. Si se detecta dos trabajos idénticos tendrán calificativo CERO.
4. Presentar un informe adjuntando su diskette respectivo.
5. Contenido del informe:

- Análisis del problema
- Implementación de los algoritmos (listados de programas) y prueba
- Conclusiones y recomendaciones

FECHA DE ENTREGA:

Día : Jueves, 17 de Noviembre del 2005

Hora : 12:00 horas

Lugar : Laboratorio de Computo

ASESORIA

Prof. Garrido	Miércoles	11-12	Aula : A1-154
	Jueves	12-14	
Prof. Castro	Lunes	14-16	Aula : A1-154
	Miércoles	14-16	

PARTE B (Test)
Día : Sábado 19/11/2005
Hora : 12 horas

Problema 1

Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + ay = 5 \\ bx + 2y = d \end{cases}$$

en donde $a = 2.5 \pm 0.001$ $\quad b = 1/a \quad d = b - a$. ¿Con que exactitud se determinará el producto xy?

Problema 2

Con que exactitud es necesario medir el radio de una esfera para que su volumen y su superficie sea conocido con un error relativo menor a 0.05%? Cuantos decimales es necesario emplear para el valor de π?

Problema 3

Supongamos una barra de hierro de longitud l y sección rectangular axb fija por uno de sus extremos. Si sobe el extremo libre aplicamos una fuerza F perpendicular a la barra, la flexión s que esta experimenta viene dada por la expresión:

$$s = \frac{4\, l^3\, F}{E\, ab^3}$$

en donde E es una constante que depende solo del material denominada modulo de Young. Conociendo que una fuerza de 10 Kp aplicada sobre una barra de 125 cm de longitud y sección cuadrada de 2.5 cm produce una flexión de 1.71 mm. Calcular el modulo de Young y el intervalo de error. Suponer que los datos vienen afectados por un error máximo correspondiente al de aproximar por truncamiento las cifras dadas.

Problema 4

Un carrete cilíndrico hueco y uniforme tiene radio interior R/2, y un radio exterior $R = 0.18 \pm 0.05\%$ y la masa M comprendida entre 1.99 y 1.991 Kg: Esta montado de manera que gira sobre un eje horizontal fijo. Una masa m comprendida entre 0.201 y 0.202 Kg. Desciende a partir del reposo una distancia y=0.2±0.002 m. Durante un tiempo t=1.032 seg. el cual tiene 3 las tres cifras decimales exactas. Si el momento de torsión T debido a las fuerzas friccionantes entre el carrete y eje es:

$$T = R\left[m\left(g - \frac{2y}{t^2} \right) - \frac{5}{4} M\left(\frac{y}{t^2} \right) \right]$$

g=9.8 m/seg^2

a) Estime el valor de T
b) Cual es su precisión y su rango
c) Elabore una rutina en MATLAB para obtener a) y b).

Problema 5

Un sistema binario de punto flotante tiene una mantisa de 12 bits y un exponente que varia entre -7 y 8. Determine

a) La cantidad de números que tendrán almacenamiento exacto.

b) El epsilón para este sistema
c) El Overflow
d) El Underflow
e) Como se almacenaran los siguientes números: -3.2, 1/3, 1e-14, 8000.12.

Problema 6

Un sistema de punto flotante en base 2, tiene una mantisa de 10 dígitos y un exponente que varia entre -7 y 8. Determine

a) Muestre todos los valores que tendrán almacenamiento exacto.
b) El epsilon para este sistema
c) El Overflow
d) El Underflow
e) Como se almacenaran los siguiente números: pi, sqrt(2), 1e-9, 20000.11

Problema 7

Un sistema de punto flotante de base 10 y mantisa de 4 dígitos maneja exponentes entre -10 y 10.

a) Muestre cuantos valores diferentes se pueden almacenar de manera exacta.
b) El epsilon para este sistema
c) El Overflow y el Underflow
d) ¿Cual es valor de la siguiente sumatoria, S=2+1/2+1/3!+1/4! …1/10!?
e) Sumar en orden invertido y compare
f) ¿Cual es error si dicha serie de converger a la base de logaritmos naturales?

Problema 8

Un sistema de punto flotante de base 2 y mantisa de 8 dígitos maneja exponentes entre -
-10 y 10.

a) Muestre cuantos valores diferentes se pueden almacenar de manera exacta.
b) El epsilón para este sistema
c) El Overflow y el Underflow
d) Calcular 1/7 + 1/13+ 1/17, en este sistema y su error.
e) El número siguiente a 1/11, que tenga representación exacta.

Problema 9

Una máquina hipotética emplea una palabra-memoria de 11 bits para representar números binarios normalizados de la forma:

$$x = \pm(0.d_1 d_2 ... dt.d_{t+1}) \ x \ B^n \ (B=2 \ ; \ d_1 \neq 0)$$

<table>
<tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>un bit sg</td><td colspan="4">4 bits exponente</td><td colspan="11">11 bits mantisa</td></tr>
</table>

a) ¿Cuál es la precisión (t) de esta máquina?
b) ¿Cuál es el epsilón de esta máquina?
c) ¿Escribir **x,** dado en el esquema precedente, en la base 10?

d) Dada la representación anterior del número **x** , escribir las correspondientes a los números inmediato anterior (**a**) y posterior (**b**), expresando todos estos valores en base diez.
e) ¿Hallar el opuesto (-s) del número s = a+b, bajo la forma decimal y binaria?

Problema 10

Del problema anterior

a) ¿Cual es el error absoluto y relativo si queremos guardar en esta máquina el flotante del número π?
b) ¿Cuál es el máximo número que puede almacenar esta máquina?
c) ¿Cuál es el mínimo número que puede almacenar esta máquina?
d) ¿Cuál es el número Overflow?
e) ¿Cuántos números existen en este sistema?

Problema 11

Usando Matlab, archivos script o funciones

a) Ilustrar el fenómeno de desbordamiento (overflow) trabajando con 4 dígitos decimales, al calcular:

$$(1) \qquad c=\sqrt{a^2+b^2}\ , \quad \text{con } a=10^{60}\ ;\ b=1$$

b) Reemplazar la fórmula (1) por la siguiente forma:

$$c=s\cdot\sqrt{(a/s)^2+(b/s)^2}\ , \text{ donde } s=max\{a,b\}$$

c) Sustente sus Conclusiones usando la teoría de errores.

Problema 12

Realizar programas en Matlab para efectuar pruebas en los siguientes casos, y luego extraer conclusiones:

a) Sumar el número 0.0001 diez mil veces.
b) Dada la serie 4 –4/3 + 4/5 – 4/7 +4/9..., hacer un programa que realice la suma de izquierda derecha hasta encontrar un término menor que 0.0001.
c) Sustente sus Conclusiones usando la teoría de errores.

Problema 13

Las matrices de Vandermonde son matrices de la forma

$$V_n=\begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_n \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \alpha_1^{n-1} & \alpha_2^{n-1} & \cdots & \alpha_n^{n-1} \end{pmatrix}.$$

Siendo $\alpha j = 1 - 2(j - 1)/(n - 1)$, j = 1 : n. Usando un programa en Matlab que calcule los números de condicionamiento **κ (Vn)** for n = 5, 10, 15, 20, 25. ¿Grafique como varía **κ (Vn)** con **n**?

Nota: Utilice la función *cond* en Matlab, para el número de condicionamiento.

Problema 14

a) La expresión $x^2 - y^2$ nos da una catastrófica cancelación si $|x| \approx |y|$. Muestre que es más aproximado evaluar como $(x+y)(x-y)$.

b) Considere usando la identidad trigonométrica $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ para calcular $\cos x = \left(1 - \sin^2 x\right)^{1/2}$.Para cualquier argumento en el rango de $0 \le x \le \pi/4$ ¿Está fórmula fallaría para aproximar en estos valores? Justifique usando la teoría de errores.

Problema 15

Se tiene las medidas de los dos lados y el ángulo de un triángulo:
***a*=100.0±0.1** *b*=101.0±0.1, y el ángulo *C*=1.00°±0.01°. Entonces el tercer lado es dado por el teorema de cosenos

$c = (a^2 + b^2 - 2ab\cos C)^{1/2}$

a) ¿Con que aproximación es posible determinar *c* a partir de los datos?

b) ¿Con que aproximación se conseguiría en c si se usa el valor de cos 1°=0.9998, el cual es correcto en cuatro lugares decimales?

c) Reescriba el teorema de cosenos de tal forma que sea posible calcula *c* con la mejor aproximación usando sólo cuatro decimales para las funciones trigonométricas.

Problema 16

a) Resuelve la ecuación $x^2 - 26x + 1 = 0$ usando la formula cuadrática. Utiliza aritmética con mantisa de 5 dígitos en base 10 para encontrar valores numéricos de las raíces de esta ecuación (por ejemplo, necesitaras $\sqrt{168} \approx 12.961$). ¿Se produce alguna perdida de significación?

b) Halla las raíces de la ecuación anterior con mayor precisión usando solamente aritmética con mantisa de 5 dígitos. (Sugerencia: $13 - \sqrt{168} = \frac{1}{13+\sqrt{168}}$).

c) Diseña una función en Matlab que reciba los valores a, b y c y produzca como resultado un vector con las soluciones de una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$. Comprueba tu programa para algunas ecuaciones de grado dos cuya solución conozcas de antemano.

Problema 17

Sea el sistema:

$$x_k = \left(3/4\right) x_{k-1} + \left(1/4\right) x_{k+1} \qquad k = 1 \Lambda\; n-1$$

$$x_0 = 1 \quad x_n = 0$$

Que se puede interpretar como representar un caminante que se mueve al azar, hacia la izquierda con frecuencia triple que hacia la derecha, sobre una línea con posiciones numeradas de 0 a n. Parte de la posición 0 y cuando llega a la posición ***n*** se detiene. $\boldsymbol{x_k}$ representa la probabilidad de ubicarse en el punto k.