Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ingeniería Mecánica
Área de Ciencias Básicas y Humanidades **P.A. 2005-1**

CUARTA PRACTICA CALIFICADA DE
CALCULO NUMERICO (PARTE A)
DURACION : 40 minutos

APELLIDOS Y NOMBRE	SECCION	NOTA

ENCIERRE EN UN CIRCULO LA ALTERNATIVA QUE CONSIDERE CORRECTA

1. Aproxime: $\int_0^1 \left(x^2 - x + 1\right) dx$, aplicando Simpson 3/8, con h=1/6
   a. 0.2422
   b. 0.8333
   c. 0.1660
   d. 0.6999
   e. N.A.

2. Determine el error de la integración anterior:
   a. 0.021
   b. 0.014
   c. 0.011
   d. 0.136
   e. N.A.

3. Sea la integral $I = \int_0^1 \frac{sen(t)}{t} dt$ =0.94608307036718, con todos sus dígitos exactos, ¿Cuántos puntos usando la cuadratura de Gauss-Legendre serían necesarios como mínimo para evaluar *I* con 4 c.d.e.
   a. N=2
   b. N=1
   c. N=4
   d. N=3
   e. N.A.

4. Usando los comandos de Matlab, ¿Cuál es la opción correcta para obtener la cuadratura numérica adaptiva en el caso anterior?
   a. `q=quad('sin(t)/t',0,1)`
   b. `q=int('sin(t)/t',0,1), q= double(q)`
   c. `f=inline('sin(t)./t'); q=quad(f,0,1);`
   d. `f=inline('sin(t)/t');q=quad(f,0,1);`
   e. N.A.

5. Sea la cuadratura de Simpson abierta: $\int_{x_1}^{x_5} f(x)\, dx \approx \frac{4}{3} h\left(2 f(x_2) - f(x_3) + 2 f(x_4)\right)$. La cual puede ser extendida a un número de particiones "n" múltiplo de 4, las instrucciones en MATLAB serán:
   h=(b-a)/n
   x=a:h:b
   f=fun(x)
   a. `I=4/3*h*(2*sum(f(2:3:n-1))- sum(f(3:3:n))+ 2*sum(f(4:3:n+1)))`
   b. `I=4/3*h*(2*sum(f(2:4:n))- sum(f(3:4:n-1))+ 2*sum(f(4:4:n+1)))`
   c. `I=4/3*h*(2*sum(f(2:4:n-1))- sum(f(3:4:n+1))+ 2*sum(f(4:4:n)))`
   d. `I=4/3*h*(2*sum(f(2:4:n-2))- sum(f(3:4:n-1))+ 2*sum(f(4:4:n)))`
   e. `N.A.`

6. Sea $y' = x^2 y \quad y(1) = 1 \quad h = 0.01$, estime y(1.01) mediante Euler Mejorado (o Runge-Kutta 2).
   a. 1.0605455667
   b. 1.0101515050
   c. 1.0203030111
   d. 1.0405087821
   e. N.A.

7. La Condición de Lipschitz sobre la existencia y unicidad de las EDO, dice que en la ec. anterior:
   a. Existe más de una solución. L>=4
   b. No tiene solución L=inf
   c. Existe una única solución L=2.01
   d. Existe una única solución L=4
   e. N.A.

8. Si $y = \exp\left(\dfrac{x^3}{3} + C\right)$ es la solución analítica exacta, determine el error de la aproximación de la pgta 4.
   a. 0.0000000088
   b. 0.0003092144
   c. 0.0000058003
   d. 0.0050000034
   e. N.A.

9. Al aplicar Taylor de orden 2, para la pgta. 6 se tendrá:
   a. $y_{n+1} = y_n + h{x_n}^2 y_n + \dfrac{h^2}{2}\left(x_n {y_n}^4 + 2x_n y_n\right)$
   b. $y_{n+1} = y_n + h{x_n}^2 y_n + \dfrac{h^2}{2}\left(2{x_n}^4 y_n + x_n y_n\right)$
   c. $y_{n+1} = y_n + h{x_n}^2 y_n + \dfrac{h^2}{2}\left({x_n}^2 y_n + 2x_n y_n\right)$
   d. $y_{n+1} = y_n + h{x_n}^2 y_n + \dfrac{h^2}{2}\left({x_n}^4 y_n + 2x_n y_n\right)$
   e. N.A.

10. Sea la EDO, $y' = 1 - t\sqrt[3]{y} \quad y(0) = 1$, se dispone de las siguientes aproximaciones con Euler : Y(h=0.1)= 1.4945, Y(h=0.05)=1.4682, usando la extrapolación de Richardson, el resultado con dos cifras decimales es:
   a. 1.45
   b. 1.44
   c. 1.43
   d. 1.42
   e. N.A.

Universidad Nacional de Ingeniería
Facultad de Ingeniería Mecánica
Área de Ciencias Básicas y Humanidades

CUARTA PRACTICA CALIFICADA DE
CALCULO NUMERICO (PARTE B)
DURACION : 80 minutos

Problema 1

Para resolver una integral de la forma $\int_a^\infty f(x)\,dx$, se puede aproximar como $\int_a^b f(x)\,dx$, donde debemos encontrar b de tal manera que $|f(b)| \leq TOL$, a fin de despreciar el área mas a la derecha de b.

a) Aplicando este criterio evalué la siguiente integral: $\int_5^\infty x^{-3}\,dx$, utilice 10 particiones igualmente espaciadas para el método de Simpson 1/3, considere $TOL = 10^{-3}$.
b) Determine el error cometido y comente sus resultados.

Problema 2

Sea la integral:

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2}\,dx$$

a. Determine la aproximación a esta integral usando la cuadratura de Gauss- Legendre con N puntos suficientes para alcanzar una precisión de 3 cifras decimales exactas.
b. ¿Estime la máxima cota de error cometido?

Problema 3

Sea el problema de valor inicial siguiente:

$$y' = \frac{1}{x^2} - \frac{y}{x} - y^2 \qquad y(1) = -1$$

a) Usando el desarrollo en series de Taylor hasta los términos de segundo orden, encuentre y(1.2), h=0.1.
b) Determine el error si la solución exacta es $y(x) = -\dfrac{1}{x}$. Comente sus resultados.

Lima, 17 de Setiembre de 2005

Los Profesores