

**EXAMEN SUSTITUTORIO DE
 CALCULO NUMERICO (MB535)**

SE PERMITE UNA HOJA DE FORMULARIO.

Problema 1

- a) Sea el problema de valor frontera:

$$y'' = p(x)y' + q(x)y + r(x)$$

$$y'(a) = \alpha \quad y'(b) = \beta$$

$$x \in [a, b]$$

Indique brevemente un procedimiento de solución numérica dividiendo el intervalo [a,b] en n particiones iguales.

- b) Escriba una función en MATLAB para resolver el siguiente sistema de orden n:

$$\begin{bmatrix} 1^1 & -n & 0 & \Lambda & 0 \\ -n & 2^2 & -n & 0 & M \\ 0 & -n & 3^2 & -n & 0 \\ M & 0 & -n & 0 & -n \\ 0 & \Lambda & 0 & -n & n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ M \\ M \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \\ M \\ (-1)^{n+1} n \end{bmatrix}$$

- c) Escriba una función en Matlab que le permita evaluar si al menos existe una raíz en el intervalo (a,b). function [Test]=existe(f,a,b)
 si existe raíz en [a,b] → T=1, caso contrario T=0.
- d) Escriba una función en Matlab que le permita obtener los pesos de la regla compuesta del trapecio. P.e. function [w]=pesos_T(N)
 Si N=4 debe sacar w=[1 2 2 1]

Problema 2

En un circuito eléctrico de Corriente Alterna luego de plantear las leyes de Ohm y Kirchoff se ha llegado al siguiente sistema de ecuaciones de coeficientes complejos:

$$\begin{bmatrix} 2+2i & 4 \\ -i & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+i \\ 3 \end{bmatrix}$$

Donde:
 $z_1 = a + b i$
 $z_2 = c + d i$

- a) Transformarlo en un sistema de ecuaciones lineal de coeficientes reales para a, b, c, d .
- b) Analice el condicionamiento del sistema.
- c) Resolver por eliminación Gaussiana.

Problema 3

Sea la ecuación diferencial de tercer orden:

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = t^2 e^t$$

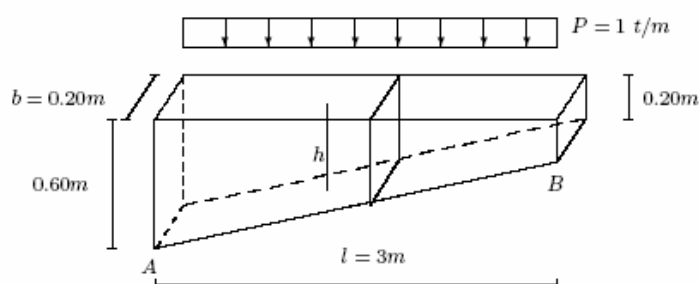
$$y''(0) = 0 \quad y'(0) = 1 \quad y(0) = 2$$

- Plantee el sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden.
- Obtener $y(0.2)$ aplicando Euler con $h=0.05$.
- Determine el error absoluto para cada aproximación parcial de y si la solución analítica

$$\text{es: } y = \left(\frac{1}{60} t^5 + 2 - t \right) e^t$$

Problema 4

Sea la viga y su carga correspondiente a la siguiente figura:



Donde $E = 200 \text{ t/cm}^2$ (modulo de elasticidad del concreto).

El desplazamiento vertical en el punto B puede ser obtenido a través de la expresión:

$$\delta_{VB} = \int_A^B \frac{M_0 M_1}{EJ} dx$$

$$M_0 = \frac{1}{2} (l - x)^2, \quad M_1 = (l - x), \quad J = \frac{bh^3}{12}$$

Donde M_0 es el momento de la viga, M_1 es el momento de la viga correspondiente a una carga unitaria en el sentido del desplazamiento y J es el momento de inercia de una sección rectangular de altura h .

- Encuentre el numero de intervalos que se necesitan para aproximar el desplazamiento vertical δ_{VB} , usando el método del trapecio con error inferior a $\frac{1}{2} 10^{-4}$

$$|f''(\xi)| \leq M_2 = 1.4$$

- Con el número de intervalos obtenido en a) aproxime δ_{VB}

Problema 5

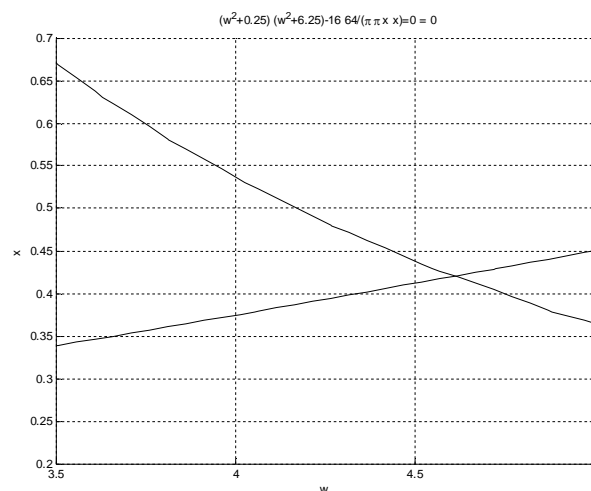
En un sistema no lineal se necesita saber la frecuencia (w) y amplitud (x) del ciclo límite. Las ecuaciones son las siguientes:

$$3w\sqrt{x^2 - h^2} + h\left(1 - \frac{5}{4}w^2\right) = 0$$

$$h=0.2$$

$$\frac{8}{\sqrt{w^2 + 0.25}\sqrt{w^2 + 6.25}} - \frac{\pi x}{4} = 0$$

- Localice un punto inicial y encuentre el algoritmo de Newton Raphson.
- Realice una iteración por éste método.



Los Profesores