Universidad Nacional de Ingeniería **01-07-2005**
Facultad de Ingeniería Mecánica **P.A. 2005-1**
Área de Ciencias Básicas y Humanidades

EXAMEN PARCIAL DE
CALCULO NUMERICO (MB535)

SE PERMITE UNA HOJA DE FORMULARIO.

Problema 1

a. ¿Si todos los valores propios de una matriz son ceros, entonces la matriz es nula?

b. Sea A una matriz cuadrada de orden “n”. Un menor principal de orden “k”, se define como: $m(k)=\begin{bmatrix} a_{11} & \Lambda & a_{1k} \\ M & M & M \\ a_{k1} & \Lambda & a_{kk} \end{bmatrix}$, donde k=1, 2, …, n. La matriz será definida positiva si los determinantes de todos los menores principales son positivos, elabore una función, con la siguiente cabecera.

function [dp] = silvester(A)
% dp=1   Matriz definida positiva
% dp=0   Matriz no definida positiva

c. Al calcular la expresión $a/(1-\cos(x))$ en un valor de x cercano a 0. ¿Cómo podría evitar la resta de dos números casi iguales en el denominador?

d. En el sistema lineal $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones se cumple?:

1. $0<\rho(Tj)<\rho(Tgs)<1$
2. $0<\rho(Tgs)<\rho(Tj)<1$
3. $1<\rho(Tgs)>\rho(Tj)>0$
4. $1<\rho(Tj)>\rho(Tgs)>0$
5. N.A.

e. Encuentre el algoritmo del punto fijo para $sen(x)-e^{-x}=0, \quad 0\le x\le 1,$

Problema 2

Sea la matriz A= $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ s & 0 & 1 \end{bmatrix}$

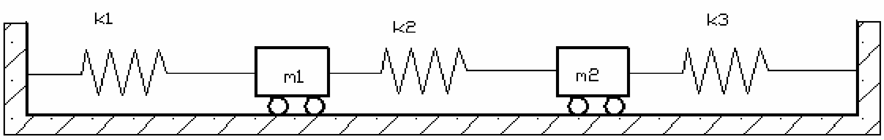
a) Aplique la factorización de Doolitle y muestre L y U

b) Determine $A^{-1}=X$, usando la solución de los sistemas $Ux_i=L^{-1}*e_i$, donde e_i son las columnas de la matriz identidad. Así $e_1=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$, $e_2=\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$, $e_3=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$, y los x_i son las columnas de A^{-1}.

c) Para que valor(es) de **s** la factorización de Doolitle no es posible.

Problema 3

Dado el siguiente sistema dinámico y sus ecuaciones de movimiento:



$$[M]\begin{bmatrix}x_1''\\x_2''\end{bmatrix}+[K]\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix} \qquad M=\begin{bmatrix}1&0\\0&2\end{bmatrix} \qquad K=\begin{bmatrix}50&-40\\-40&80\end{bmatrix} \qquad X''=-AX$$

a) Encuentre todos los valores y vectores propios de A, usando el método directo.
b) Es posible la diagonalización?
c) Localice los valores propios mediante Gerschegorin
d) Realice 03 iteraciones usando el método de la potencia con desplazamiento, tomar $x^{(0)}=\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$, tomar "q" igual al mayor valor real de los obtenidos en c). Muestre el error para el valor propio e indique a que valor propio converge.

Problema 4

Un circuito eléctrico con una resistencia R, capacitancia C e inductancia L tiene una carga inicial qo a través del capacitor. Cuando se cierra el circuito, la carga se disipa en un tiempo t hasta un valor *q* definido por:

$$q/q_0=e^{-Rt(2L)}\cos\left[t\sqrt{1/(LC)-[R/(2L)]^2}\right]$$

a) Aplicando el método de bisección, busque un intervalo hasta encontrar una distancia del intervalo |b-a|= 0.25. Empiece con un intervalo [1, 3]. y aproxime el valor de **1/L** necesario para que (q/q_0) alcance un valor de 0.1 en un tiempo de 0.03 seg. Cuando R=200 Ω y C= 10^{-4} F.
b) Aplique 02 iteraciones con el método de Newton-Raphson, que puede decir de la convergencia. Tome como punto inicial el último valor encontrado en el ítem a).

Los Profesores