UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **P.A. 2013-3**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA **29/01/2014**
DACIBAHCC

EXAMEN PARCIAL DE METODOS NUMERICOS (MB536C/D)

- **DURACION: 110 MINUTOS**
- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO A4**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**

Problema 1

a) **(2.5 Pts)** Un disco giratorio obedece a la siguiente ecuación: $\omega = \sqrt{\dfrac{k\theta^2 + 2M\theta}{I}}$
Si Θ=0.235 ±0.001 rad, I=10^4 ± 1 % m^4, 490≤M≤491 N-m y k=25.13 con una precisión de 2 cifras decimales exactas. Estime la velocidad angular ω (rad/s), indique su error absoluto esperado e indique en que rango se encontrará su valor exacto.

b) **(2.5 Pts)** Sea un sistema basado en la norma IEEE-754 con las siguientes características: Almacenamiento de 16 bits: signo: 1 bit, exponente: 4 bits, mantisa : 11 bits, determine:
i) El menor número positivo normalizado valor binario y decimal
ii) El número menos cero (-0) valor binario
iii) El número -42.625 en binario.

Problema 2
Sea el sistema:

$$\begin{bmatrix} 1 & b & -1 \\ b & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

a) **(1.0 Pts)** Para qué valores de b el sistema presenta solución única
b) **(1.0 Pts)** Para qué valores de b es posible aplicar la factorización de Cholesski
c) **(1.5 Pts)** Obtener la factorización de Cholesski para b=-1
d) **(1.5 Pts)** Resolver los sistemas triangulares obtenidos en c)

Problema 3
Sea el sistema: $\begin{bmatrix} 9 & k \\ k & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$

a) **(1 Pto.)** Demuestre que es posible un método iterativo de la forma: $x^{(k+1)} = (D-U)^{-1} L\, x^{(k)} + (D-U)^{-1} b$
b) **(1 Pto.)** Determine, en rango de todos los valores posible de k que aseguren la convergencia del Método descrito en a).
c) **(1 Pto.)** Determine, en rango de valores de k para los cuales el método anterior es convergente a pesar de que A no tenga diagonal estrictamente dominante
d) **(1 Pts.)** Realice iteraciones del algoritmo descrito en a) para k=1/10 hasta tener una precisión de 0.001 partiendo de un vector inicial nulo. Fundamente la fórmula de error usada.
e) **(1 Pto.)** Escriba un programa MATLAB para resolver d)

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **P.A. 2013-3**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA **29/01/2014**
DACIBAHCC

Problema 4

Sea la función: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)x^2} + \frac{1}{10} sen(\pi\ x)$

a) **(1.0 Pts)** Localice las raíces de f comprendidas entre -4 y 4 con intervalos de longitud 0.5,
b) **(1.5 Pts)** Encuentre la raíz más cercana a 0, aplicando 3 iteraciones del método de bisección
c) **(1.5 Pts)** Con el valor obtenido en b) realice 02 iteraciones de Newton-Raphson y muestre el error.
d) **(1.0 Pts)** Escriba un programa para la parte a)

Los Profesores

SOLUCION 1

a)

$$k = 25.13 \quad \theta = 0.235 \quad M = 490.5 \quad I = 10^4$$

$$\xi_k = 0.5x10^{-2} \quad \xi_\theta = 0.001 \quad \xi_M = 0.5 \quad \xi_I = 0100$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k\theta^2 + 2M\theta}{I}} = 0.1523$$

$$.\xi_\omega = \left|\frac{\partial\omega}{\partial k}\right|\xi_k + \left|\frac{\partial\omega}{\partial\theta}\right|\xi_\theta + \left|\frac{\partial\omega}{\partial M}\right|\xi_M + \left|\frac{\partial\omega}{\partial I}\right|\xi_I = 0.0012$$

$$0.1511 \le \omega \le 0.1535$$

b)

i)

Realmin=(-1)^0*(1.00000000000)*2^(0001-7)=2^-6=0.0156

0 0001 00000000000

ii)

Menos_Cero=1 0000 00000000000

iii)

42.625=101010.101=1.01010101*2^5

X=(-1)^1*(1.01010101000)*2^(E-7)

E-7=5 E=12=1100

1 1100 01010101000

SOLUCION 2

A)

Det(A)=4 - 4*b - 3*b^2

b=-2, 2/3

Para solución única det(A) no nulo: R-{-2, 2/3}

B)

Por Silvester:

4-b*b>0

4 - 4*b - 3*b^2>0

-2<b<2/3

C)

U =

1.0000	-1.0000	-1.0000
0	1.7321	0.5774
0	0	1.2910

L =

1.0000	0	0
-1.0000	1.7321	0
-1.0000	0.5774	1.2910

D) Resolviendo los sistemas triangulares

z=

1.0000
1.7321
2.3238

x =

3.2000
0.4000
1.8000

SOLUCION 3

a)

A*x=b

(D-L-U)*x=b

(D-U)*x=L*x+b

$x=(D-U)^{-1}*x+(D-U)^{-1}*b$

b)

$$T=\begin{bmatrix}\frac{k^2}{9} & 0\\ -k & 0\end{bmatrix}$$

$$\rho(T)=\frac{k^2}{9}<1$$

$$-3<k<3$$

c) Diagonal estrictamente dominante:

si -1<k<1

k en <-3,-1] U [1,3>

d) Cálculo de iteraciones cuando k=1/10

$$x^{(0)}=\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix}$$

$$x^{(N+1)}=\begin{bmatrix}0.0011 & 0\\ -0.1 & 0\end{bmatrix}*x^{(N)}+\begin{bmatrix}0.7111\\ 6\end{bmatrix}$$

x1	x2	Err
0.7111	6.0000	6.0420
0.7119	5.9289	0.0711
0.7119	5.9288	7.9017e-005

La convergencia es bastante rápida

e) Programa MATLAB

```
syms k
A=[9 k;k 1]
B=[7 6]'
D=diag(diag(A))
```

```
L=D-tril(A)
U=D-triu(A)
T=inv(D-U)*L
C=inv(D-U)*B
TT=subs(T,k,1/10)
CC=subs(C,k,1/10)
x=zeros(2,1), TOL=1e-3
for i=1:10
   xn=TT*x+CC
   err=norm(xn-x,2)
   x=xn;
   if err<TOL
      break
  end
end
```

SOLUCION 3

a) **Localización**

Las raíces están en [-3,-2.5] [-2.5, -2] [3,3.5] y [3.5,4]

b) **Bisección**

xi	xr	xs	Err
-2.5	-2.25	-2	0.25
-2.25	-2.125	-2	0.125
-2.25	-2.1875	-2.125	0.0625

La raiz aproximada es -2.1875 con una precision de 0.0625

c) **Newton-Raphson**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)x^2} + \frac{1}{10} sen(\pi\ x)$$

$$f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{2\pi}} e^{-(1/2)x^2} + \frac{\pi}{10} \cos(\pi\ x)$$

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Xn	err
-2.1875	------
-2.1315	0.0560
-2.1342	0.0027

d) Programa MATLAB

```
s='1/sqrt(2*pi)*exp(-x^2/2)+1/10*sin(pi*x)'
ds=diff(s)
f=inline(s)
df=inline(ds)
x=-2.1875
xn=x-f(x)/df(x), e=abs(xn-x), x=xn;
xn=x-f(x)/df(x), e=abs(xn-x), x=xn;
```