UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA — **P.A. 2012-1**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA — **27/05/2012**
DACIBAHCC

EXAMEN SUSTITUTORIO DE METODOS NUMERICOS (MB536)

- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO Y CALCULADORA**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**
- **PROHIBIDO EL USO DE CELULARES U OTROS EQUIPOS DE COMUNICACION ELECTRONICA**
- **DURACION: 110 MINUTOS**

Problema 1

Un aspecto importante en el estudio de la transferencia de calor es determinar la distribución de la temperatura en estado estable sobre una placa delgada cuando se conoce la temperatura presente alrededor de los bordes. Suponga que la placa mostrada en la Fig. 1 representa la sección transversal de una viga de metal, con un flujo de calor insignificante en la dirección perpendicular a la placa. Sean T_1, T_2, T_3, T_4 las temperaturas en los cuatro nodos interiores de la malla que se muestra en la figura.

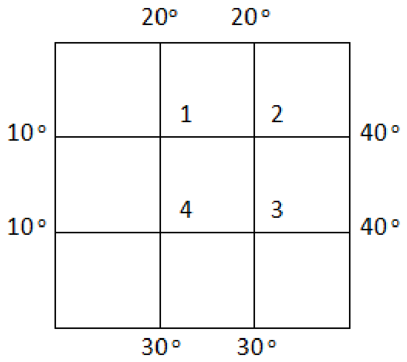

Fig 1 Distribución de Temperatura

En un nodo, la temperatura es igual al promedio de los cuatro nodos más cercanos – a la izquierda, arriba, a la derecha y abajo.

a) **(1 pto.)** Plantear el sistema de ecuaciones
b) (2 **ptos.**) Resolver utilizando eliminación Gaussiana.
c) (1 **pto.)** Analice la convergencia del sistema en el método de Jacobi.
d) **(1 pto.)** Implementar una función en Matlab que verifique si una matriz cuadrada es tridiagonal:

Problema 2

Mediante la ecuación de estado de gases reales de Van der Waals , se determina la siguiente relación para el gas n-butano:

$$f(v) = pv^3 - (pb + RT)v^2 + av - ab = 0,$$

Considerando: p=12atm, T=400K, R=0.082L.atm/mol.K, a=13.6844L^2.atm/mol^2, b=0.11639L/mol.

a) **(2 ptos.)** Calcule el volumen molar (v) que ocuparía el gas, usando el método Newton Raphson hasta obtener un error absoluto de 0.1 y valor de partida 3.
b) **(2 ptos.)** ¿Cuánto debería ser el valor de **b**, para que el volumen molar (v) sea 3? Use el método de la bisección con error absoluto de 0.1 desde el intervalo [0,1], considerando que numéricamente y manteniendo las mismas unidades, **a** es igual a 10**b**^{2}.
c) **(1 pto)** Desarrolle un programa que permita calcular el ítem a) con un script en Matlab.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA P.A. 2012-1
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA 27/05/2012
DACIBAHCC

Problema 3

La resistencia a la compresión de concreto, σ, disminuye con el aumento de la relación agua/cemento, $\frac{w}{c}$ (en galones de agua por saco de cemento). La resistencia a la compresión de algunas muestras para varias razones de $\frac{w}{c}$ se dan en la siguiente tabla:

$\frac{w}{c}$	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5	8.0	8.5	9.0
σ	7000	6125	5237	4665	4123	3810	3107	3070	2580	2287

a) **(2 ptos.)** Usando el método de mínimos cuadrados, ajuste σ a los datos, utilizando una función del tipo: $k_1 e^{-k_2 \frac{w}{c}}$.

b) **(2 ptos.)** Encuentre el máximo error de los valores tabulados.

c) **(1 pto)** ¿Cuál es el valor del factor de Regresión?. Comente su respuesta.

Problema 4

Una partícula se mueve en línea recta (eje X) sometida a una fuerza elástica ***–kx*** y una fuerza de rozamiento viscoso de la forma $-2\beta\dot{x}$. Si inicialmente la velocidad es 1 m/s y la posición es x=0 m, el movimiento puede ser descrito por la siguiente ecuación diferencial:

$$m\ddot{x} + kx + 2\beta\dot{x} = 0$$

Si **m=2 kg, k=10 N/m, β=2 kg/s.**

a) **(3 ptos.)** Determine el desplazamiento al cabo de 0.5 seg, apliqué Runge-Kutta 2 con h=0.1 seg.

b) **(1 pto.)** El movimiento se considera sub-amortiguado si: $\frac{k}{m} - \left(\frac{\beta}{m}\right)^2 = \omega^2 > 0$, entonces el desplazamiento obedece a la siguiente relación:
$x = e^{-\left(\frac{\beta}{m}\right)t}\left(A\cos(\omega t) + Bsen(\omega t)\right)$. Determine A y B.

c) **(1 pto)** Determine el error cometido en a)

Los Profesores

Problema 1

(a)

$$\begin{array}{cccccc} 4T_1 & -T_2 & +0T_3 & -T_4 & = & 30 \\ -T_1 & +4T_2 & -T_3 & +0T_4 & = & 60 \\ 0T_1 & -T_2 & +4T_3 & -T_4 & = & 70 \\ -T_1 & +0T_2 & -T_3 & +4T_4 & = & 40 \end{array}$$

(b)

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 \\ 60 \\ 70 \\ 40 \end{pmatrix}$$

Pivote=4

m21=(-1/4); m31=0;m41=-1/4

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 30 \\ 0 & 15/4 & -1 & -1/4 & 135/2 \\ 0 & -1 & 4 & -1 & 70 \\ 0 & -1/4 & -1 & 15/4 & 95/2 \end{pmatrix}$$

Pivote=15/4

m32=(-4/15); m42=-1/15

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 30 \\ 0 & 15/4 & -1 & -1/4 & 135/2 \\ 0 & 0 & 56/15 & -16/15 & 88 \\ 0 & 0 & -16/15 & 56/15 & 52 \end{pmatrix}$$

Pivote=56/15

m43=-2/7

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 30 \\ 0 & 15/4 & -1 & -1/4 & 135/2 \\ 0 & 0 & 56/15 & -16/15 & 88 \\ 0 & 0 & 0 & 24/7 & 540/7 \end{pmatrix}$$

T1=20; T2=27.5; T3=30; T4=22.5

(c) Note que este sistema es diagonal estrictamente dominante luego es convergente.

(d)

```
function op=verifica(A)
% 1 : Es cuadrada y tridiagonal
% 0 : En caso contrario
op=0;
if size(A,1)== size(A,2)
    T=diag(diag(A))+ diag(diag(A,1),1)+ diag(diag(A,-1),-1);
    if (T-A)==zeros(size(A))
        op=1;
    end
end
```

Problema 2

a)

$f(v) = 12v^3 - 34.19668v^2 + 13.6844v - 1.592727316$

$f'(v) = 36v^2 - 68.39336v + 13.6844$

$v = v - f(v)/f'(v)$

Iteración	V	error
1	2.5797091545	0.4202908455
2	2.4216107196	0.1580984349
3	2.3976284382	0.0239822814

b)

$f(v) = pv^3 - (pb + RT)v^2 + av - ab = 0$

$a = 10b^2$

$f(b) = pv^3 - (pb + RT)v^2 + 10b^2v - 10b^3 = 0$

Itera	b1	b	b2	error
1	0.00000	0.50000	1.00000	0.5000
2	0.00000	0.25000	0.50000	0.12500
3	0.25000	0.37500	0.50000	0.06250

Problema 3

a)

$$y = k_1 e^{-k_2 x}$$

$$Ln(y) = -k_2 x + Ln(k_1)$$
$$Y = AX + B$$

X=x	Y=Ln(y)
4.5000	8.8537
5.0000	8.7201
5.5000	8.5635
6.0000	8.4478
6.5000	8.3243
7.0000	8.2454
7.5000	8.0414
8.0000	8.0294
8.5000	7.8555
9.0000	7.7350

Aplicando un ajuste por mínimos cuadrados lineal se tiene:

Y= -0.2435 X + 9.9253

Luego:

k1 = 2.0440e+004

k2 = 0.2435

b) Calculo del Máximo error:

x	$\hat{y}=k_1e^{-k_2x}$	y	$\lvert y-\hat{y}\rvert$
4.5	6832.9	7000	167.1
5.0	6049.6	6125	75.4
5.5	5356.1	5237	119.1
6.0	4742.2	4665	77.2
6.5	4198.6	4123	75.6
7.0	3717.3	3810	92.7
7.5	3291.2	3107	$\boxed{184.2}$
8.0	2913.9	3070	156.1
8.5	2579.9	2580	0.1
9.0	2284.2	2287	2.8

El máximo error es 184.2

d) El Factor de regresión es R2=0.9651

Problema 4

a)

$$2\ddot{x}+10x+4\dot{x}=0$$
$$\dot{x}=v \qquad x(0)=0$$
$$\dot{v}=-2v-5x \qquad v(0)=1$$

```
t0=0
x0=0
v0=1
h=0.1
Para i=1 hasta 5
ti+1=ti+h;
k1=h*vi;
l1=h*(-2*vi-5*xi);
k2=h*(vi+l1);
l2=h*(-2*(vi+l1)-5*(xi+k1));
xi+1=xi+0.5*(k1+k2);
vi+1=vi+0.5*(l1+l2);
Fin_Para
%       t           x         v
%    0           0          1.0000
%    0.1000      0.0900     0.7950
%    0.2000      0.1593     0.5915
```

```
%    0.3000     0.2086     0.3986
%    0.4000     0.2392     0.2230
%    0.5000     0.2533     0.0697
```

b)
Aplicando las condiciones iniciales:

$$A = 0$$

$$B = 1/2$$

$$x = e^{-t}\left(\frac{sen(2t)}{2}\right)$$

c)

```
%       t       xRK2       xexacto    err
%    0          0          0          0
%    0.1000     0.0900     0.0899     0.0001
%    0.2000     0.1593     0.1594     0.0001
%    0.3000     0.2086     0.2091     0.0006
%    0.4000     0.2392     0.2404     0.0012
%    0.5000     0.2533     0.2552     0.0019
```