UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **P.A. 2011-3**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA **08/03/2012**
DACIBAHCC

EXAMEN FINAL DE METODOS NUMERICOS (MB536)

- **DURACION: 110 MINUTOS**
- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO A4**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**

Problema 1

Sea la siguiente tabla:

x	3	4	5	6
y	2	N	6	10

a) Hallar b y N si se sabe que al realizar el ajuste por mínimos cuadrados, esta tabla se ajusta a la función exponencial: $y=0.5e^{bx}$

b) Determine el factor de regresión de la función linealizada y comente sus resultados

c) Escriba el código MATLAB para resolver la parte b)

Problema 2

Para la siguiente integral: $I=\int_0^t e^{3kx}dx$

a) Calcule k para obtener un error de $\sqrt{2}$, si se usó el método del trapecio con un intervalo y con un paso igual a k.

b) Calcule la integral aproximada y el error que se comete si usamos integración por cuadratura de Gauss-Legendre, si t=1, k=2 y considerando el polinomio de Legendre de grado 1.

c) Desarrolle una función en Matlab que permita calcular la integral de cualquier función $\int_a^b f(x)dx$, usando la fórmula de Newton - Cottes cerrada de grado 3, use la siguiente cabecera: function I=cal_integral(f,a,b,n), donde:

f: es la función f(x) como cadena
[a,b]: Intervalo de integración
n: Número de intervalos, múltiplo de 3

Problema 3

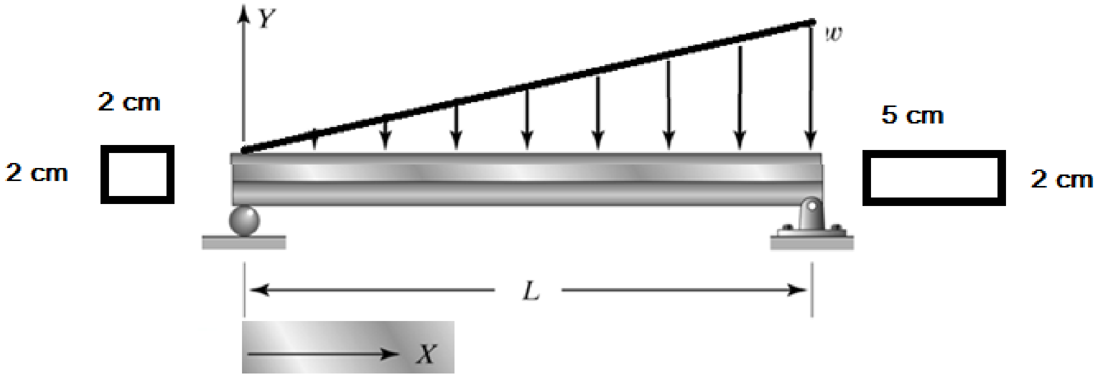
Luego de tomar una data histórica sobre el consumo de combustible en una determinada ciudad, se concluye que la tendencia sigue el siguiente modelo matemático:

$$\dot{C}-\sin\left(C^2+t^2\right)=0$$

Considerando un paso h de 1, t en años, C en miles de galones, consumo inicial es de 9 mil galones, determinar el consumo en el segundo año. Use Runge-Kutta orden 4.

Problema 4

Sea la viga mostrada en la figura sometida a una carga distribuida triangular:



a) Aproxime la deflexión de la viga ***y(x)*** usando el método de diferencias finitas para x=0.25, 0.50 y 0.75.

Sabiendo que la ecuación de la elástica es: $EI\ y'' = M(x)$

Donde ***E*** es el modulo de elasticidad del material de la viga, I es el momento de Inercia de la sección de la viga y ***M(x)*** es el momento flector (N-m). Si E=10^{10} N/m^2, ω=100 N/m, L=1 m y $M(x) = \frac{\omega L x}{6} - \frac{\omega\, x^3}{6L}$. Se sabe que la sección tiene una forma rectangular variable, la altura de la viga es constante e igual a 2 cm y el ancho varia linealmente desde 2 cm en lado izquierdo hasta 5 cm en el lado derecho. El Momento de Inercia de una sección rectangular de base "b" y altura "h" se puede calcular con la relación: ***I=bh^3/12***.

b) Escriba el código MATLAB para obtener la solución exacta de y(x) para los valores de x entre 0 y 1 con paso 0.05.

El Profesor

Solución 1:

a)

Ln(y)=Ln(0.5)+b*x

$$\begin{bmatrix} 3^2+4^2+5^2+6^2 & 3+4+5+6 \\ 3+4+5+6 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b \\ Ln(0.5) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 3Ln(2)+4Ln(N)+5Ln(6)+6Ln(10) \\ Ln(2)+Ln(N)+Ln(6)+Ln(10) \end{bmatrix}$$

b=0.5064
N=4.7336

b)

R^2 = 0.9471

c)

```
x=[3 4 5 6]
y=[2 N 6 10]
X=x
Y=log(y)   %Y =  0.6931    1.5557    1.7918    2.3026
Ym=mean(Y)   % Ym = 1.5858
Ys=log(0.5)+b*X  % Ys = 0.8262    1.3326    1.8390    2.3455
 r2=sum((Ys-Ym).^2)/sum((Y-Ym).^2)  % r2 =  0.9471
```

Solución 2_

a) Aplicando trapecio y considerando h=k, x1=0,x2=k

I= $\frac{h}{2}(e^{3k*0}+e^{3k*k})=\frac{1}{3k}(e^{3k*k}-e^{3k*0})+\sqrt{2}$

$$\frac{k}{2}(1+e^{3k*k})=\frac{1}{3k}(e^{3k*k}-1)+\sqrt{2}$$

$$e^{3k*k}(\frac{k}{2}-\frac{1}{3k})+\frac{k}{2}+\frac{1}{3k}-\sqrt{2}=0$$

k=0.9241

b) Integral exacta:

I=67.07

Integral de G-L es para grado 1

I=20.08

Error= 46.99

c)

```
function I=cal_integral(f,a,b,n)
f=inline(f);
h=(b-a)/n;
x=a:h:b;
y=f(x);
coef=(y*0+1);
coef(2:3:end-1)=coef(2:3:end-1)*3;
coef(3:3:end-1)=coef(3:3:end-1)*3;
coef(4:3:end-1)=coef(4:3:end-1)*2;
coef';
I=(3*h/8)*(y*coef');
```

Solución 3:

Considerando las siguiente data

h=1;
ti=0;
Ci=9;
tf=2;
n=2;
f(C,t)=sin(y^2+x^2)

y aplicando RK4, con las siguientes relaciones

```
k1=h*f(xi,yi);
k2=h*f(xi+h/2,yi+k1/2);
k3=h*f(xi+h/2,yi+k2/2);
k4=h*f(xi+h,yi+k3);
yi=yi+(k1+2*k2+2*k3+k4)/6;
```

Primer año C=9.1393
Segundo año C=9.7624

Solución 4

$$M(x_i)=\frac{\omega L x_i}{6}-\frac{\omega\, x_i^{3}}{6L}$$

$$I(x_i)=\frac{3x+2}{100}*\frac{0.02^3}{12}$$

$$\frac{y_2-2y_1+y_0}{h^2}=\frac{M(x_1)}{E\,I(x_1)}$$

$$\frac{y_3-2y_2+y_1}{h^2}=\frac{M(x_2)}{E\,I(x_2)}$$

$$\frac{y_4-2y_3+y_2}{h^2}=\frac{M(x_3)}{E\,I(x_3)}$$

$$\begin{bmatrix}-2 & 1 & 0\\ 1 & -2 & 1\\ 0 & 1 & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\\ y_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.0013\\ 0.0017\\ 0.0012\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}y_1\\ y_2\\ y_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-0.0021\\ -0.0029\\ -0.0021\end{bmatrix}$$

b)

```
y=dsolve('D2y=50/3*(x-x^3)/(3*x+2)/800*12','y(0)=0','y(1)=0','x')
xx=0:0.05:1
yy=subs(y,xx)
```