

EXAMEN SUSTITUTORIO METODOS NUMERICOS – MB536

Se permite el uso de una hoja de Formulario.

Problema 1

Para poder calcular la pérdida de presión de un fluido por fricción a lo largo de una tubería (h_f), usamos las expresiones de Darcy-Weisbach $h_f = \frac{fLV^2}{D2g}$ y la ecuación de

Coolebrok-White $\frac{1}{\sqrt{f}} = -0.86Ln\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re\sqrt{f}}\right)$, cuyos componentes son:

f : factor teórico de pérdidas de carga. (adimensional entre <0.001,0.1>)

ε : Rugosidad del material de la tubería = $25 \cdot 10^{-5}$ m

Re: Número de Reynolds = 200 000.

h_f : Pérdidas por fricción primaria (m)

L: Longitud = 100 m.

D: Diámetro = 0.3 m.

V: Velocidad = 0.1 m/s

g: Gravedad = 9.81 m/s^2 .

- (3.5 pts) Determine f con 3 decimales exactos y calcule la pérdida h_f , mediante alguno de los métodos desarrollados en clase.
- (3 pts) Haciendo uso de una rutina en Matlab y el método de la Bisección, grafique f vs Re , desde 10^4 hasta 10^7 , considerando el resto de datos constantes con los valores mencionados.

Problema 2

Un móvil describe una trayectoria en el plano horizontal en función del tiempo según la siguiente tabla:

T (seg)	0	1	2	3
X (m)	1	2	5	10
Y (m)	1	2	9	28

- (3.5 pts) Estime la ubicación (X,Y) del móvil en el instante $T=0.5$ seg. Usando dos veces la interpolación spline cubica natural.
- (1 pts) Determine el error si se sabe que la trayectoria del móvil es $x(T)=T^2+1$, $y(T)=T^3+1$. Comente sus resultados.
- (2 pts) Escriba una función que permita estimar la ubicación (x_i, y_i) del móvil para un instante t_i . Use la función “spline” del Matlab con la siguiente cabecera:

function [xi,yi]=esplain(T,X,Y,ti)

% T debe estar ordenado crecientemente

% ti debe estar dentro del intervalo de T

Problema 3

Un bloque cúbico de masa $M=10\text{kg}$, se fija al extremo inferior de un sistema amortiguador, de este resorte, tal como se muestra en la figura a.

El extremo superior del resorte se fija a una estructura en reposo. La fuerza del amortiguador es $R=-B|\dot{u}|\dot{u}$, donde B es una constante y u es el desplazamiento con respecto a la posición inicial en metros.

La ecuación del movimiento es:

$$M\ddot{u} + B|\dot{u}|\dot{u} + ku = f(t)$$

$$u(0) = 0 ; \dot{u}(0) = 1$$

- a) (3 ptos) Calcular $u(t)$, usando Euler modificado o Heun con $h=0.1$ hasta el tiempo que la masa empieza a subir.
- b) (1 pto) Compare con el gráfico mostrado usando ODE45 y estime el error cometido por Euler modificado para el tiempo pedido.
- c) (2ptos) Construya la función del lado derecho de la EDO: $\dot{U} = F(t, U)$ en Matlab llamada "bloque".
- d) (1pto) Utilice una función de Matlab (o creada por el usuario) para resolver la Edo usando la función bloque y reproduzca el grafico adjunto.

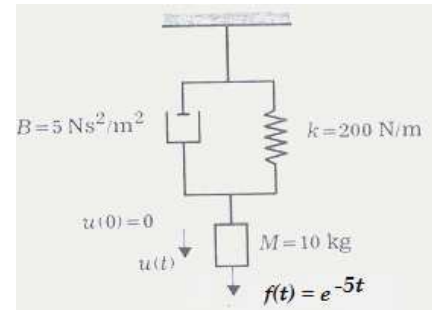
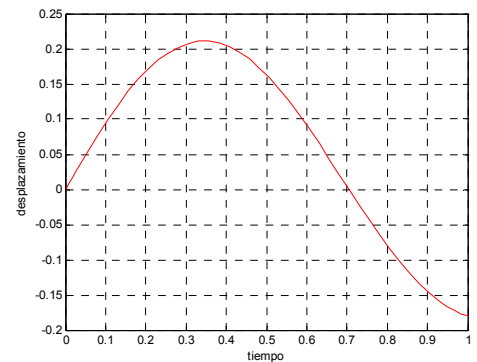


Figura a Sistema Masa Resorte Amortiguador



Valores obtenidos con la máxima precisión (ODE45)

t	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
u	0	0.0948	0.1680	0.2068	0.2048	0.1631	0.0911	0.0045	-0.0793	-0.1446	-0.1801

Los Profesores

SOLUCIONARIO

Solucion 1

a) Usando Iteración de punto medio

$$G(f) = \frac{1}{\sqrt{f}} + 0.86Ln \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right) \text{ y partiendo entre } 0.001 \text{ y } 0.1$$

Obtenemos

$$f = 0.028$$

Y por consiguiente

$$h_f = 3.356 \text{ m}$$

Solución 2

a) Interpolando T vs X

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.4 \\ 2.4 \end{pmatrix}$$

$$S_o(T) = 0.4(T-0)^3 + 0.6(T-0) + 1$$

$$X \approx S_o(0.5) = 1.35$$

Interpolando T vs Y

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 \\ 72 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.8 \\ 16.8 \end{pmatrix}$$

$$S_o(T) = 0.8(T-0)^3 + 0.2(T-0) + 1$$

$$Y \approx S_o(0.5) = 1.20$$

b) Error = (1.25, 1.125) - (1.35, 1.20) = (-0.10, -0.075)

c) function [xi,yi]=esplain(T,X,Y,ti)

```
n=length(T);
```

```
ord=1;
```

```
for i=1:n-1
```

```
    if T(i)>T(i+1)
```

```
        ord=0;
```

```
    end
```

```
end
```

```
if (ti>=T(1)& ti<=T(n))
```

```
    Rango=1;
```

```
else
```

```
    Rango=0;
```

```
end
```

```
if (ord==1) && (Rango==1)
```

```
    xi=spline(T,X,ti);
```

```
    yi=spline(T,Y,ti);
```

```
else
```

```
    xi=NaN;
```

```
    yi=NaN;
```

```
end
```

Solución 3

a)

T	u	u'
0	0	1.0000
0.1	0.0980	0.8600
0.2	0.1727	0.5544
0.3	0.2102	0.1479
0.4	0.2041	-0.2843

b) error=

c)

function [du]=bloque(t,u)
M=10;
k=200;
B=5;
u1=u(1); u2=u(2);
du=[u2;
-B/M*abs(u2)*u2-k/M*u1+exp(-5*t)/M];

d) Estimación del tiempo: t=0.3 0.2102

t=0.4 -0.2041

tp=0.3507

En Matlab

```
[t,u]=ode45('bloque',[0 tp],[0;1])
```

```
plot(t,u(:,1));
```