Universidad Nacional de Ingeniería P.A. 2009-2
Facultad de Ingeniería Mecánica 30/12/09
DACBHCC

EXAMEN SUSTITUTORIO METODOS NUMERICOS – MB536

Se permite el uso de una hoja de Formulario.

Problema 1

Para poder calcular la perdida de presión de un fluido por fricción a lo largo de una tubería (h_f), usamos las expresiones de Darcy-Weisbach $h_f = \dfrac{fLV^2}{D2g}$ y la ecuación de Coolebrok-White $\dfrac{1}{\sqrt{f}} = -0.86Ln\left(\dfrac{\varepsilon/D}{3.7} + \dfrac{2.51}{\text{Re}\sqrt{f}}\right)$, cuyos componentes son:

f :factor teórico de pérdidas de carga. (adimensional entre <0.001,0.1>)

ε :Rugosidad del material de la tubería=$25*10^{-5}$m

Re: Número de Reynolds=200 000.

h_f : Pérdidas por fricción primaria (m)
L : Longitud =100 m.
D : Diámetro = 0.3 m.
V : Velocidad = 0.1 m/s
g : Gravedad =9.81 m/s^2.

a) **(3.5 ptos)** Determine f con 3 decimales exactos y calcule la perdida h_f, mediante alguno de los métodos desarrollados en clase.
b) **(3 ptos)** Haciendo uso de una rutina en Matlab y el método de la Bisección, grafique f vs Re, desde 10^4 hasta 10^7, considerando el resto de datos constantes con los valores mencionados.

Problema 2

Un móvil describe una trayectoria en el plano horizontal en función del tiempo según la siguiente tabla:

T (seg)	0	1	2	3
X (m)	1	2	5	10
Y(m)	1	2	9	28

a) (**3.5 ptos**) Estime la ubicación (X,Y) del móvil en el instante T=0.5 seg. Usando dos veces la interpolación spline cubica natural.
b) (**1 pto**) Determine el error si se sabe que la trayectoria del móvil es $x(T)=T^2+1$, $y(T)=T^3+1$. Comente sus resultados.
c) (**2 ptos**) Escriba una función que permita estimar la ubicación (xi,yi) del móvil para un instante ti. Use la función "spline" del Matlab con la siguiente cabecera:

```
function [xi,yi]=esplain(T,X,Y,ti)
% T debe estar ordenado crecientemente
% ti debe estar dentro del intervalo de T
```

Problema 3

Un bloque cúbico de masa M=10kg, se fija al extremo inferior de un sistema amortiguador, de este resorte, tal como se muestra en la figura a.

El extremo superior del resorte se fija a una estructura en reposo. La fuerza del amortiguador es R=-B$|\dot{u}|\dot{u}$, donde B es una constante y u es el desplazamiento con respecto a la posición inicial en metros.

La ecuación del movimiento es:

$$M\ddot{u} + B|\dot{u}|\dot{u} + ku = f(t)$$

$$u(0) = 0\ ;\ \dot{u}(0) = 1$$

a) **(3 ptos)** Calcular u(t) , usando Euler modificado o Heun con h=0.1 hasta el tiempo que la masa empieza a subir.

b) **(1 pto)** Compare con el gráfico mostrado usando ODE45 y estime el error cometido por Euler modificado para el tiempo pedido.

c) **(2ptos)** Construya la función del lado derecho de la EDO: $\dot{U} = F(t,U)$ en Matlab llamada "bloque".

d) **(1pto)** Utilice una función de Matlab (o creada por el usuario) para resolver la Edo usando la función bloque y reproduzca el grafico adjunto.

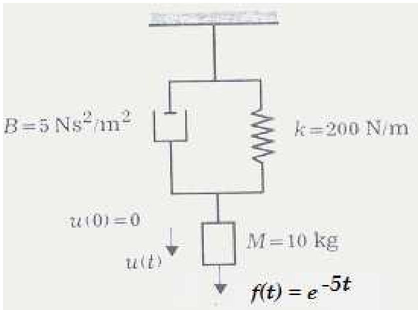
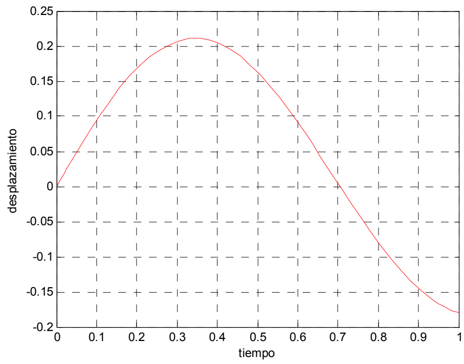


Figura a Sistema Masa Resorte Amortiguador



Valores obtenidos con la máxima precisión (ODE45)

t	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
u	0	0.0948	0.1680	0.2068	0.2048	0.1631	0.0911	0.0045	-0.0793	-0.1446	-0.1801

Los Profesores

SOLUCIONARIO

Solucion 1

a) **Usando Iteración de punto medio**

$G(f) = \frac{1}{\sqrt{f}} + 0.86Ln\left(\frac{\varepsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}}\right)$ y partiendo entre 0.001 y 0.1

Obtenemos

f= 0.028

Y por consiguiente

h_f=3.356 m

Solución 2

a) Interpolando T vs X

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.4 \\ 2.4 \end{pmatrix}$$

$S_o(T)=0.4(T-0)^3+0.6(T-0)+1$

$X \approx S_o(0.5)=1.35$

Interpolando T vs Y

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 36 \\ 72 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.8 \\ 16.8 \end{pmatrix}$$

$S_o(T)=0.8(T-0)^3+0.2(T-0)+1$

$Y \approx S_o(0.5)=1.20$

b) Error=(1.25,1.125)-(1.35,1.20)=(-0.10,-0.075)

c) function [xi,yi]=esplain(T,X,Y,ti)

```
n=length(T);
ord=1;
for i=1:n-1
    if T(i)>T(i+1)
       ord=0;
   end
end
if (ti>=T(1)& ti<=T(n)
       Rango=1;
else
      Rango=0;
end
if (ord==1) && (Rango==1)
   xi=spline(T,X,ti);
   yi=spline(T,Y,ti);
else
  xi=NaN;
  yi=NaN;
end
```

Solución 3

a)

T	u	u’
0	0	1.0000
0.1	0.0980	0.8600
0.2	0.1727	0.5544
0.3	0.2102	0.1479
0.4	0.2041	-0.2843

b) error=

c)

```
function [du]=bloque(t,u)
M=10;
k=200;
B=5;
u1=u(1); u2=u(2);
du=[u2;
   -B/M*abs(u2)*u2-k/M*u1+exp(-5*t)/M];
```

d)Estimación del tiempo: t=0.3 0.2102
t =0.4 -0.2041 tp=0.3507

En Matlab

```
[t,u]=ode45(‘bloque’,[0  tp],[0;1])
plot(t,u(:,1));
```