

EXAMEN FINAL DE METODOS NUMERICOS (MB536)

- **DURACION: 110 MINUTOS**
- **SOLO SE PERMITE EL USO DE UNA HOJA DE FORMULARIO**
- **ESCRIBA CLARAMENTE SUS PROCEDIMIENTOS**

Problema 1

Dado los siguientes datos tomados del laboratorio, que representa la trayectoria de una partícula sobre el plano x,y:

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
x	0.5	1	1.4	1.9	2.4	2.8	3.2
y	2.7	4.6	7	6.2	3.9	3.2	0.2

Determine lo siguiente:

- La función del spline cúbico natural que pasará por los puntos impares.
- El error del spline en el punto 4.
- Los comandos de Matlab necesarios, para determinar los coeficientes del polinomio que pase por los 7 puntos.

Problema 2

Se ha realizado mediciones de potencia eléctrica de una fábrica en diversos instantes de tiempo obteniéndose lo siguiente:

T (Horas)	0	0.1000	0.2500	0.3750	0.4500	0.5000	0.7500	0.9000	1.1500	1.3500
P(KiloWatt)	3	3.2995	3.7422	4.0988	4.3049	4.4383	5.0449	5.3500	5.7383	5.9272

- Determine el consumo de energía en KiloWatt-Hora en el intervalo de 0 a 1.5 horas usando la regla del trapecio.
- Escriba una función en Matlab que evalúe el mencionado consumo mediante la regla del trapecio previamente debe verificar que T y P tengan la misma longitud y T debe estar ordenado en forma creciente. De no cumplirse estas condiciones la integral tomará un valor **NaN**.

Cabecera de la función: *function I=trapx(T,P)*

Problema 3

Consideremos la siguiente EDO:

$$y'' = y^2 - \frac{7}{4}e^x \cos^2 x - e^{x/2} \operatorname{sen} x \quad x \in [0, \pi/2]$$

$$y(0) = 1$$

$$y(\pi/2) = 0$$

- Se desea resolver en forma aproximada usando el método del disparo con $h = \pi/8$ usando el método RK2. Se sabe que al evaluar en $s_0 = 0.4087$, $y(\pi/2, s_0) = -0.1275$. Realice otro disparo en: $s_1 = 0.4517$, $y(\pi/2, s_1) = ?$
- Evalúe un segundo disparo $s_2 = ?$ $y(\pi/2, s_2) = ?$.
- Compruebe que $y(x) = e^{x/2} \cos x$ es la solución exacta del problema. Calcular el error cometido con la solución aproximada. Comente a que se debe las discrepancias.
- Para esta EDO. Realice la función que evalúe $f(x,y,y')$ en Matlab y resuelva la EDO usando ODE23. Use condición inicial $[1; s_2]$.

SOLUCIONARIO

P1 Solución

a) **(4.0 ptos)**

Considerando los puntos

$$X = [0.5 \quad 1.4 \quad 2.4 \quad 3.2]$$

$$Y = [2.7 \quad 7 \quad 3.9 \quad 0.2]$$

Luego de armar las diferencias tenemos

$$3.8 M1 + M2 = -47.2667$$

$$M1 + 3.6M2 = -9.15$$

$$M0 = M3 = 0$$

	a	b	c	d
P1-P3	-2.3515	0	6.6825	2.7000
P3-P5	2.2806	-6.3490	0.9684	7.0000
P5-P7	-0.2053	0.4928	-4.8878	3.9000

b) **(1.0p)**

$$y_4 \text{ exacto} = 6.2$$

$$y_4 \text{ spline} = 6.1820$$

$$\text{error} = 0.0180$$

c) **(1.5p)**

$$x = [0.5 \quad 1 \quad 1.4 \quad 1.9 \quad 2.4 \quad 2.8 \quad 3.2];$$

$$y = [2.7 \quad 4.6 \quad 7 \quad 6.2 \quad 3.9 \quad 3.2 \quad 0.2];$$

$$\text{coeficientes} = \text{polyfit}(x, y, 6)$$

P2 solución

a) **(4.0 p)**

$$I = \int_0^{1.5} P(t) dt$$

$$I = \frac{(0.1-0)}{2} (3 + 3.2995) + \frac{(0.25-0.1)}{2} (3.2995 + 3.7422) + \dots$$

$$I = 7.2785 \text{ Kwh}$$

b) **(2.5p)**

`function I=trapx(T,P)`

`m=length(T);`

`n=length(P);`

`if n==m`

`I=0;`

`for i=1:n-1`

`h=T(i+1)-T(i);`

`I=I+h/2*(P(i)+P(i+1));`

`if h<=0`

`I=NaN;`

`break`

`end`

`end`

`else`

`I=NaN;`

`end`

P3 solución

a) **(4.0ptos)**

$s_0=0.4087, y(\pi/2,s_0)=-0.1275=y_{Ns0}$
 $s_1=0.4517$

$y'' = y^2 - \frac{7}{4}e^x \cos^2 x - e^{x/2} \text{sen}x \rightarrow$ haciendo $z_1=y, z_2=y'$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}^{(i+1)} = \begin{bmatrix} z_2^{(i)} \\ z_1^{(i)2} - \frac{7}{4}e^{x_i} \cos^2 x_i - e^{x_i/2} \text{sen}x_i \end{bmatrix} = F(x_i, Z^{(i)})$$

Algoritmo:

$K_1 = h F(x_i, Z^{(i)})$

$K_2 = h F(x_{i+1}, Z^{(i)} + K_1)$

$Z^{(i+1)} = Z^{(i)} + (K_1 + K_2)/2$

x	z ₁	z ₂	K1		K2	
0	1.0000	0.4517	0.1774	-0.2945	0.0617	-0.5072
0.3927	1.1196	0.0508	0.0200	-0.5594	-0.1997	-0.6550
0.7854	1.0297	-0.5563	-0.2185	-0.7485	-0.5124	-0.7224
1.1781	0.6642	-1.2918	-0.5073	-0.8075	-0.8244	-0.8516
1.1781	-0.0016	-2.1214				

$y(\pi/2,s_1)=-0.0016=y_{Ns1}$

b) **(1.0pto)**

$S_2=s_1-(y_{Ns1}-0)/(y_{Ns1}-y_{Ns0})*(s_1-s_0)$

$S_2=0.4523$

x	z ₁	z ₂
0	1.0000	0.4523
0.3927	1.1198	0.0515
0.7854	1.0302	-0.5554
1.1781	0.6652	-1.2903
1.5708	0.0000	-2.1196

c) **(1.0 p)**

yaprox	yexacta	error
1.0000	1.0000	0
1.1198	1.1243	0.0045
1.0302	1.0472	0.0170
0.6652	0.6897	0.0245
0.0000	0.0000	0.0000

Las discrepancias se deben al valor de h usado.

d) **(1.0 p)**

```
function dz=fp3(t,z)
z1=z(1);z2=z(2);
dz1=z2;
dz2=z1*z1-7/4*exp(t)*cos(t)*cos(t)-exp(t/2)*sin(t);
dz=[dz1;dz2];
```

```
>>[t,y]=ode23('fp3',[0 pi/2],[1 s2])
```