Universidad Nacional de Ingeniería **19-05-07**
Facultad de Ingeniería Mecánica **P.A. 2007-1**
Área de Ciencias Básicas y Humanidades

SOLUCIONARO DE LA SEGUNDA PRÁCTICA DE CALCULO NUMERICO
PARTE B

Apellidos y Nombres	Código	Sección	Nota

SE PERMITE UNA HOJA DE FORMULARIO.

Marque la alternativa que considere correcta o complete según el caso:

Problema 1
Analice la convergencia del siguiente sistema para Gauss-Seidel:

$$x_1 + x_2 = b_1$$
$$2x_1 + 3x_2 = b_2$$

Solución:

$$Tg = D^{-1}(L+U) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 2/3 \end{bmatrix}$$

$$\rho(Tg) = \frac{2}{3} < 1$$

Por lo tanto, habrá convergencia.

Problema 2
Realice una función que compruebe si A presenta diagonal dominante, y que obtenga como resultado la variable test que puede valer 1 (afirmativo), cero (negativo). Use la siguiente cabecera
function test=dominate(A)

Solución:

```
function   test=dominate(A)
D=diag(diag(A));
B=A-D;
n=size(A,1);
test=1;
for i=1:n
   if sum(abs(B(i,:)))>=abs(D(i,i))
      test=0;
   end
end
```

Problema 3

Considere el sistema lineal $Ax = b$

$$A = \begin{bmatrix} \beta & 3 \\ 1 & 10 \end{bmatrix}, \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \end{bmatrix}, \quad \beta \in R \setminus \{0\}$$

Determine los valores de β para que el sistema converja para cualquier aproximación inicial utilizando el método de Jacobi.

Solución:

$$Tj = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{3}{\beta} \\ -\frac{1}{10} & 0 \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \lambda^2 - \frac{3}{10\beta} = 0 \quad \Rightarrow \lambda = \pm\sqrt{\frac{3}{10\beta}}$$

$$\rho(Tj) = \max|\lambda_i| < 1 \quad \Rightarrow \beta < -0.3 \quad \wedge \quad \beta > 0.3$$

Problema 4

Diagonalizar la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Solución:

$$P^{-1}AP = D$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Problema 5

Sea: $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$, ¿Cuál de los siguientes vectores es vector propio de A?

a) $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\boxed{\text{e) a y d.}}$

Problema 6

$$x + 2y + 3z = 4$$
$$4x + 5y + 6z = -1$$
$$7x + 8y + 9z = 4$$

¿Es posible hallar la matriz de Jacobi o Gauss Seidel?. Justifique.

Solución:

$$\left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & -1 \\ 7 & 8 & 9 & 4 \end{array}\right] \begin{array}{c} f_2 - 4f_1 \to f_2 \\ f_3 - 7f_1 \to f_3 \\ \Rightarrow \end{array} \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -3 & -6 & -17 \\ 0 & -6 & -12 & -24 \end{array}\right] \begin{array}{c} f_3 - 2f_1 \to f_3 \\ \Rightarrow \end{array} \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -3 & -6 & -17 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{array}\right]$$

Se observa que es un sistema incompatible, por lo cual no es posible la solución por ningún método.

Problema 7

Hallar los autovalores de A y su respectiva multiplicidad algebraica.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Solución:

$$P(\lambda) = -\lambda^3 + 5\lambda^2 - 6\lambda + 2$$
$$\varepsilon(A) = \{2 - \sqrt{2}, \quad 1, \quad 2 + \sqrt{2}\}$$

Cada uno de los valores propios tiene multiplicidad algebraica igual a la unidad.

Problema 8
Cuantas iteraciones serán necesarias para obtener una precisión de 1e-5 en la solución de la función $f(x) = 1 + 0.5/\sin(x)$ en el intervalo [4,6], usando el método de bisección. Asuma que existe una solución dentro del dominio.

Solución:

$$\frac{b-a}{2^n} < TOL$$
$$\frac{6-4}{2^n} < 10^{-5}$$
$$n \geq 18$$

Problema 9

Sea la función no lineal
$f(x) = 3\cos(2x) - x^2$
¿Es posible encontrar un algoritmo del punto fijo en $x \in [0,1]$? Justifique.
Si su respuesta es afirmativa realice 03 iteraciones.

Solución:

$$x = \frac{\arccos\left(x^2/3\right)}{2} = g(x)$$

$$g'(x) = \frac{-x}{\sqrt{9 - x^4}}$$

$$\left|g'(x_o = 0.5)\right| = 0.1672 < 1$$

Algoritmo:

$$x_{n+1} = \frac{\arccos\left(x_n^{\,2}/3\right)}{2}$$

$$x_0 = 0.5$$

$$x_1 = 0.7437$$

$$x_2 = 0.6927$$

$$x_3 = 0.7051$$

Problema 10

Se desea resolver **x^2-sen(x)=0** usando Newton-Raphson mediante un programa en MATLAB, complete las instrucciones que faltan:

```
x=1              % aproximación inicial
tol=0.5e-6       % precisión de 6 cifras decimales exactos
err=1
while err>tol

    xn=x-(x^2-sin(x))/(2*x-cos(x))

    err=abs(xn-x)

    x=xn;
end
```

Los Profesores