SOLUCIONARIO DE LA PRIMERA PRÁCTICA CALIFICADA CALCULO NUMERICO MB-535

Solo se permite el uso de una hoja de formulario

Problema 1

A) Use el método de Gauss Jordan para encontrar la inversa de la siguiente matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ m_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & m_3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & m_4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Solución

$$\boxed{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -m_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ m_2 * m_1 & -m_2 & 1 & 0 & 0 \\ m_3 * m_1 & -m_3 & 0 & 1 & 0 \\ m_1 * m_4 & -m_4 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

B) Dada la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0.2343 & 0.2120 & 0.7666 & 0.2882 & 0.6211 & 0.7536 & 0.6595 & 0.6234 & 0.3104 & 0.0743 \\ 0.9331 & 0.4984 & 0.6661 & 0.8167 & 0.5602 & 0.6596 & 0.1834 & 0.6859 & 0.7791 & 0.0707 \\ 0.0631 & 0.2905 & 0.1309 & 0.9855 & 0.2440 & 0.2141 & 0.6365 & 0.6773 & 0.3073 & 0.0119 \\ 0.2642 & 0.6728 & 0.0954 & 0.0174 & 0.8220 & 0.6021 & 0.1703 & 0.8768 & 0.9267 & 0.2272 \\ 0.9995 & 0.9580 & 0.0149 & 0.8194 & 0.2632 & 0.6049 & 0.5396 & 0.0129 & 0.6787 & 0.5163 \end{bmatrix}$$

Indique una sola orden en Matlab para obtener la siguiente matriz a partir de A:

$$\begin{bmatrix} 0.2120 & 0.2882 & 0.7536 & 0.6234 & 0.0743 & 0.6728 & 0.0954 & 0.0174 \\ 0.2905 & 0.9855 & 0.2141 & 0.6773 & 0.0119 & 0.2905 & 0.1309 & 0.9855 \\ 0.6728 & 0.0174 & 0.6021 & 0.8768 & 0.2272 & 0.4984 & 0.6661 & 0.8167 \\ 0.9580 & 0.8194 & 0.6049 & 0.0129 & 0.5163 & 0.2120 & 0.7666 & 0.2882 \end{bmatrix}$$

Solución:

```
[A([1 [3:end]],2:2:10) A(4:-1:1,2:4)]
```

C) Desarrolle una función llamada "**nt**", que retorne el número de términos necesarios para aproximar el número π hasta n cifras decimales exactas, usando la siguiente serie:

$$\pi = 4\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \ldots\ldots\right)$$

Solución

```
%n=cifras significativas
function y=nt(n)
y=1;
error=1;
t=4;
s=t;
while ((error)>(0.5*10^-n))
    ts=4*((-1)^y)/(2*y+1);
    error=abs(ts);
    t=ts;
    s=s+t;
    y=y+1;
 end
```

D) Dado el siguiente número expresado en formato IEEE 754 de simple precisión:

0 10011011 00000000000000000000000

A que decimal representa?

Solución

$X=(-1)^0 x 1.00000000000000000000000 x 2^{10011011-127}$

$X=2^{155-127}=2^{28}$

Problema 2

El ensayo de dureza Brinell involucra la compresión de una bola de acero de carburo de tungsteno, de un diámetro D exactamente de 10 mm, contra una superficie, con una carga P en Newtons de 500 ± 1 %, si d es 5.75 mm. medido con una precisión de 0.001 mm, d es el diámetro de la huella impresa en la superficie del material ha ensayar entonces, el número de dureza Brinell HB será:

$$HB=\frac{2P}{\pi D\left(D-\sqrt{D^2-d^2}\right)}$$

Considere que $\pi = 3.14$ tiene sus 2 cifras decimales exactas.

a) Aproxime HB.
b) Estime el error absoluto de la aproximación HB
c) Estime el rango para el valor exacto de la dureza HB.

Solución

$$D=10$$

$$P=500 \quad \xi_P=5 \quad d=5.75 \quad \xi_d=0.001 \quad \pi=3.14 \quad \xi_\pi=0.5x10^{-2}$$

$$HB = \frac{2P}{\pi D\left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)} = 17.5132$$

$$\frac{\partial HB}{\partial P} = \frac{2}{\pi D\left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)} = 0.0350$$

$$\frac{\partial HB}{\partial \pi} = \frac{-2P}{\pi^2 D\left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)} = -5.5774$$

$$\frac{\partial HB}{\partial d} = \frac{-2PD}{\pi D\left(D - \sqrt{D^2 - d^2}\right)^2 \sqrt{D^2 - d^2}} = -6.7685$$

$$\xi_{HB} = \left|\frac{\partial HB}{\partial P}\right|\xi_P = \left|\frac{\partial HB}{\partial \pi}\right|\xi_\pi + \left|\frac{\partial HB}{\partial d}\right|\xi_d = 0.2098$$

$$HB = 17.5132 \pm 0.2098$$

$$17.3034 \leq HB \leq 17.7230$$

Problema 3

En una revista de pasatiempos informáticos llamada CompuVicio hemos encontrado el siguiente PupiNúmeros de dígitos binarios:

	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**
A	1	0	1	0	1	0	1	0
B	0	0	0	1	0	1	0	1
C	0	0	0	1	0	1	1	1
D	0	0	0	1	0	1	0	1
E	1	1	0	1	0	1	0	0
F	0	0	0	0	0	0	0	1
G	0	0	1	0	1	0	0	1
H	1	0	0	0	1	1	1	1

En dicho PupiNúmeros se puede leer un número en cada columna de arriba abajo y también en cada fila de izquierda a derecha. Por ejemplo, el número de la columna A es 10001001 y el número de la fila C es 00010111.
Cada secuencia de ocho dígitos binarios debe de interpretarse como el número en punto flotante según la siguiente representación en 8 bits:

s	$e_1e_2e_3e_4$	$m_1m_2m_3$

Donde los números normalizados son de la forma:

$$x = (-1)^s 1.m_1m_2m_3 2^{(e_1e_2e_3e_4)_2 - 4}$$

Se nos pide sacar del PupiNúmeros al:

1. Mayor valor positivo normalizado.
2. Menor valor positivo normalizado.
3. Menor valor positivo no normalizado.
4. 1+eps, inf, NaN
5. -0.375

Justifica adecuadamente la respuesta.

Solución:

(1)

0 1110 111 → Columna H

(2)

0 0001 000 → Columna B

(3)

0 0000 001 → Fila E

(4)

1+ eps : 0 0100 001 $1=1.000x2^{0100-4}$

$1+eps=1.001x2^{0100-4}$

inf : 0 1111 000 ó 1 1111 000 → Columna D

NaN: 0 1111 001 ó 1 1111 001 → Columna F

(5)

$-0.375=(-1)^1x1.100x2^{0010-4}$

1 0010 100

Problema 4

Si dos resistencias R_1 y R_2 de un circuito eléctrico están conectadas en paralelo, se encuentra la resistencia total R con la fórmula $1/R = (1/R_1) + (1/R_2)$. Dadas tres resistencias A, B y C, y sabiendo que la resistencia total de A y B conectadas en paralelo es de 48 ohms, la de, B y C es de 80 ohms y la de A y C es 60 ohms, encuentre A, B y C (Nótese que al plantear las ecuaciones para resolver el ejercicio, dichas ecuaciones no son lineales, pero si se usa la sustitución $x=\frac{1}{A}$, $y=\frac{1}{B}$, $z=\frac{1}{C}$, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales que se puede resolver por factorización de Doolitle). Se pide:

a) Factorice la matriz del lado izquierdo del sistema lineal en L y U de Doolitle.
b) Resuelva los sistemas lineales triangulares usando sustitución directa e inversa, y muestre sus resultados parciales.
c) Que puede decir acerca del número de condicionamiento de la Matriz del lado izquierdo del sistema lineal. ¿Estará bien condicionada si se usa una máquina con 9 dígitos significativos?

Solución

a)

Sistema

$$\begin{aligned} x + y \quad\;\; &= 1/48 \\ y + z &= 1/80 \\ x \quad\;\; + z &= 1/60 \end{aligned}$$

U =

1	1	0
0	1	1
0	0	2

L =

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{matrix}$$

b)

Lz=B
z =

1/48
1/80
1/120

Ux=z
x =

1/80
1/120
1/240

A=80

B=120

C=240

c)

$\|A\|_\infty = 2 \quad \|A^{-1}\|_\infty = 3/2$

K(A)=3

s≥ 9-log(K(A))

s≥ 8.5

Por lo tanto se espera por lo menos 9 dígitos de precisión

Por lo tanto la matriz A esta bien condicionada para la elección dada.

Los Profesores