UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA **Ciclo :2006-3**
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA
AREA ACADEMICA DE CIENCIAS BASICAS

CALCULO NUMERICO (MB535)
SEGUNDA PRACTICA CALIFICADA (PARTE A)

INDICACIONES

1. Resolver las preguntas según la tabla siguiente:

SECC.	PROBLEMAS		
A	1	5	9
C	2	6	10
D	3	7	11
E	4	8	12

2. Se formarán grupos de uno o dos alumnos correspondientes a la misma sección.
3. Si se detecta dos trabajos idénticos tendrán calificativo CERO.
4. Presentar un informe adjuntando su diskette respectivo.
5. Contenido del informe:
   - Análisis del problema
   - Implementación de los algoritmos (listados de programas) y prueba
   - Conclusiones y recomendaciones

FECHA DE ENTREGA:

Día : Jueves, 15 de Febrero del 2007
Hora : 16:00 horas
Lugar : Oficina de Horarios

ASESORIA

Prof. Castro	Lunes	19-20	Of. de Horarios
	Martes	14-16	
Prof. Pantoja	Lunes	12- 14	Of. A1-204
	Martes	15 - 16	

PARTE B (Test)

Día : Sábado 10/02/2007
Hora : 12 -13
Aulas : A2- 167 sección A-C
A2 -166 sección D-E

Problema 1
Dado el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x - 3y + 5z = 5 \\ 8x - y - z = 8 \\ -2x + 4y + z = 4 \end{cases}$$

(a) Al resolver por el método de Gauss-Seidel, utilizando MatLab, el sistema se detiene, indicar en que iteración se obtiene como solución (Inf,Inf,Inf). Explique porque.
(b) ¿Existe alguna condición suficiente que deba cumplir la matriz del sistema para garantizar la convergencia del método de Gauss-Seidel?. Hacer uso de ella para modificar el sistema de forma que el proceso sea convergente.
(c) Aproxime la solución del sistema lineal con una exactitud de 10^{-8} en la norma infinita utilizando:
c1) El método de Jacobi, y
c2) El método SOR con w = 1.25

Problema 2

Sea el sistema:

$$-y_{k-1} + 2y_k - y_{k+1} = \frac{8}{(n+1)^2}, \quad k = 1, 2, ..., n,$$

Cuya solución matemática:

$$y_k = 4\left[\frac{k}{n+1} - \left(\frac{k}{n+1}\right)^2\right].$$

$y_0 = y_{n+1} = 0$.

Implemente rutinas en MatLab., para n=10 y 20:

(a) Analice el condicionamiento para cada caso.
(b) Resuélvase mediante el método de Jacobi hasta tener 8 c.d.e.
(c) Resuélvase mediante el método de Gauss-Seidel hasta tener 8 c.d.e.
(d) Resuélvase mediante el método de Sobre-Relajación hasta tener 8 c.d.e usando el ***w*** optimo.
(e) Resuélvase mediante el operador “\”
(f) Compare las aproximaciones obtenidas con la solución exacta y comente sus resultados.

Problema 3

Dada la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 23 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 & 9 \\ 1 & 100 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 2 & 2 & 114 & 0 & 5 & 1 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 2 & 0 & 0 & 7 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 5 & 2 & 144 & 0 & 6 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 44 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 6 & 1 & 4 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 0 & 1 & 1 & 133 & 9 & 0 \\ 0 & 5 & 5 & 0 & 0 & 1 & 2 & 9 & 11 & 7 \\ 9 & 0 & 0 & 1 & 9 & 0 & 1 & 0 & 7 & 100 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} sen(0.505) \\ e^{2.50} \\ 300.00 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(a) Analice el condicionamiento de la matriz.
(b) Resuélvase mediante el método de Jacobi hasta tener 8 c.d.e.
(c) Resuélvase mediante el método de Gauss-Seidel hasta tener 8 c.d.e.
(d) Resuélvase mediante el método de Sobre-Relajación hasta tener 8 c.d.e usando el ***w*** optimo.
(e) Resuélvase mediante el operador “\”
(f) Compare las aproximaciones obtenidas con la solución exacta y comente sus resultados

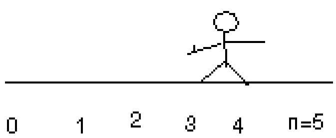
Problema 4

Sea el sistema:

$$x_k = \left(3/4\right) x_{k-1} + \left(1/4\right) x_{k+1} \qquad k = 1 \cdots n-1$$

$$x_0 = 1 \quad x_n = 0$$

Que se puede interpretar como representar un caminante que se mueve al azar, hacia la izquierda con frecuencia triple que hacia la derecha, sobre una línea con posiciones numeradas de 0 a n. Parte de la posición 0 y cuando llega a la posición ***n*** se detiene. $\boldsymbol{x_k}$ representa la probabilidad de ubicarse en el punto k.



Implemente rutinas en MatLab., para n=10 y 20.

(a) Analice el condicionamiento para cada caso.
(b) Resuélvase mediante el método de Jacobi hasta tener 4 c.d.e.
(c) Resuelvase mediante el método de Gauss-Seidel hasta tener 8 c.d.e.
(d) Resuelvase mediante el método de Sobre-Relajación hasta tener 8 c.d.e usando el ***w*** optimo.

Problema 5

Considérese el problema de Sturn-Liouville siguiente:

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0 \text{ , } x \in [0\ .1], \quad y(0)=y(1)=0$$

Discretizando el problema anterior con n variable con paso h=1/(n+1) y aproximando la derivada segunda mediante las diferencias finitas centrales, resulta el siguiente problema de valores propios en dimensión finita:

$$y_0 = 0 \text{ , } y_{n+1} = 0 \text{ , } \frac{y_{k+1} - 2y_k + y_{k-1}}{h^2} + \lambda y_k = 0 \text{ , k=1,2,\ldots,n}$$

donde y_k es una aproximación a $y(kh)$.
Se pide:

(a) Hallar los valores propios del problema de contorno anterior, usando el método directo para n=5.
(b) Encuentre los vectores propios del sistema (y_k) para a).
(c) Hacer el programa en MatLab. que resuelva este problema usando el método de la potencia directo, inverso y con desplazamiento para encontrar todos los valores y vectores propios.

Problema 6

Sea el sistema de dos masas y tres resortes sin disipación ni fuerzas externas:

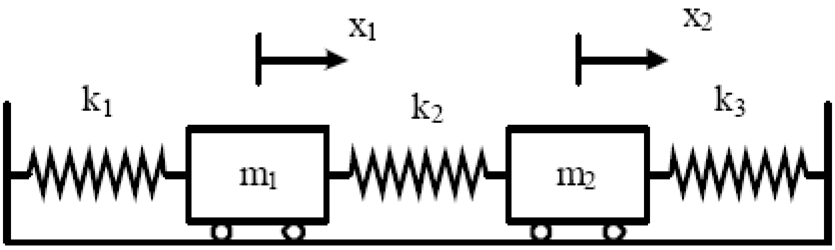


Fig 1: Sistema vibratorio de dos masas y tres resortes

Las ecuaciones de la segunda ley de Newton para cada una de las masas:

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = -k_1 x_1 - k_2 (x_1 - x_2)$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -k_3 x_2 - k_2 (x_2 - x_1)$$

(a) Reacomode el sistema a la forma matricial $MX'' + KX = 0$, $X = [x_1; x_2]$

(b) Las frecuencias de las masas en vibración se determinan encontrando los valores propios de la matriz $M^{-1}K$. Localice todos los valores propios utilizando los círculos de Gerschgorin

(c) Calcule todos los valores y vectores característicos en forma analítica para los datos siguientes: $k_1 = k_2 = 2 \; kg/s^2 \quad k_3 = 1 \; kg/s^2$

(d) Hacer el programa en MatLab. que resuelva este problema usando el método de la potencia directo, inverso y con desplazamiento para encontrar todos los valores y vectores propios.

Problema 7

Sea una estructura de tres "pisos" de masas m_1, m_2, m_3, interconectados entre si y con el suelo por medio de unos elementos elásticos k_1, k_2, k_3, siendo posibles sólo los desplazamientos transversales x_1, x_2, x_3

Las ecuaciones de la segunda ley de Newton para cada una de las masas son las siguientes

$$m_1 \frac{d^2x_1}{dt^2} = -k_1(x_1 - x_2)$$

$$m_2 \frac{d^2x_2}{dt^2} = -k_2(x_2 - x_3) - k_1(x_2 - x_1)$$

$$m_3 \frac{d^2x_3}{dt^2} = -k_3x_3 - k_2(x_3 - x_2)$$

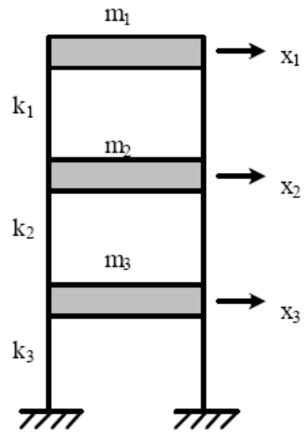


Fig2. Sistema de 3 pisos

(a) Reacomode el sistema a la forma matricial $MX'' + KX = 0$, $X = [x_1; x_2; x_3]$

(b) Las frecuencias de las masas en vibración se determinan encontrando los valores propios de la matriz $M^{-1}K$. Localice todos los valores propios utilizando los círculos de Gerschgorin

(c) Calcule todos los valores y vectores característicos en forma analítica para los datos siguientes: $k_1 = k_2 = 2 \; kg/s^2 \quad k_3 = 1 \; kg/s^2$

(d) Hacer el programa en MatLab. que resuelva este problema usando el método de la potencia directo, inverso y con desplazamiento para encontrar todos los valores y vectores propios.

Problema 8

Dada las siguientes matrices:

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 1 \\ -2 & 1 & -3 \\ -3 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -3+3i & 2-3i & -5+3i \\ -2 & -1 & -3 \\ 1-2i & -1+2i & 2-2i \end{pmatrix}.$$

(a) Dibujar los círculos de Gersgorin por filas y columnas correspondiente a las matrices:
(b) Halle los valores propios de esas matrices y comprobar que están contenidas en la unión de esos círculos.
(c) Obtener todos los valores y vectores propios mediante el método de la potencia directa, inversa e inversa con desplazamiento eligiendo tolerancias y valores iniciales adecuados, para ello implemente programas en MatLab.

Problema 9

Dada la ecuación $e^{-x^2} - \dfrac{x^2 - 7x + 7}{10(x-1)^2} = 0$, se pide:

(a) Estudiar gráficamente sus raíces.
(b) Demostrar que para cualquier $x > 1.6$ es $f'(x) < 0$ y $f''(x) > 0$
(c) Calcular la mayor de las raíces, con dos cifras decimales exactas, por el método de Newton.
(d) Resuelva con la función fzero de MatLab
(e) Encuentre un algoritmo de punto fijo convergente y luego resuelva con una precisión de 0.0005

Para cada caso escriba sus rutinas propias de MatLab.

Problema 10

Suponga que un objeto de masa ***m*** se deja caer desde una altura ***So*** y que la altura del objeto, con respecto al suelo, a los ***t*** segundos viene dada por :

$$S(t) = S_O + \frac{mg}{k}t - \frac{m^2 g}{k^2}\left(1 - e^{\frac{kt}{m}}\right)$$

Donde *So=300 pies, m=0.25 Slugs, g=-32.17 pies/s*^{2} *y k=0.1 lb-s/pie*
Determine el tiempo que tarda ese objeto en llegar al suelo.

(a) Localice las raíces
(b) Resuelva con la función fzero de MatLab.
(c) Resuelva por bisección con 4 c.d.e.
(d) Realice 05 iteraciones de Newton, cual es la precisión de esta aproximación
(e) Encuentre un algoritmo de punto fijo convergente y luego resuelva con una precisión de 0.001.

Para cada caso escriba sus rutinas propias en MatLab.

Problema 11

Dada la ecuación $e^x - (x+1)^2 = 0$, se pide

(a) Estudiar gráficamente sus raíces reales.
(b) Obtener la mayor de ellas con dos cifras decimales exactas por el método de la bisección.
(c) Resuelva con la función fzero de MatLab
(d) Obtener con seis cifras decimales exactas por el método de Newton.

(e) Encuentre un algoritmo de punto fijo convergente y luego resuelva con una precisión de 0.0005.

Para cada caso escriba sus rutinas propias de MatLab.

Problema 12

Sea la ecuación $Sen(x) + Ln(x) = 0$

(a) Localice las raíces
(b) Resuelva con la función fzero de MatLab
(c) Resuelva por bisección con 6 c.d.e.
(d) Resuelva por Newton, hasta tener 10 cifras decimales exactas.
(e) Encuentre un algoritmo de punto fijo convergente si es que existe y luego resuelva con una precisión de 0.00001.

Para cada caso escriba sus rutinas propias en MatLab.

Los Profesores