

**CUARTA PRÁCTICA CALIFICADA
 CALCULO NUMERICO (PARTE 2)**

APELLIDOS Y NOMBRE	SECCION	NOTA

Sólo se permite el uso de una hoja de fórmulas

P1

Si $\begin{cases} y' = x^2 y \\ y(0) = 1 \end{cases}$, complete las instrucciones en MATLAB para Taylor de orden 2:

```
X(1)=0; Y(1)=1; h=0.1;
for i=1:10
    X(i+1) = X(i) + h;
    Y(i+1) = Y(i) + .....
end
```

Solución

```
X(1)=0; Y(1)=1; h=0.1;
for i=1:10
    X(i+1) = X(i) + h;
    Y(i+1) = Y(i) + h*X(i)^2*Y(i)+h^2/2*(X(i)^4*Y(i)+2*X(i)*Y(i));
end
```

P2

Dado el siguiente sistema matricial: $AW = B$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & K & 1 \\ 0 & 1 & 2 & K & n \\ 0 & 1 & 4 & K & n^2 \\ K & K & K & K & K \\ 0 & 1 & 2^n & K & n^n \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \\ M \\ w_n \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ n/2 \\ n^2/3 \\ M \\ n^n/(n+1) \end{bmatrix}$$

$w_i \quad i = 0,1,2,K, n$ Son los pesos de integración de la fórmula de Newton Cotes cerrada de n puntos.

Complete la función implementada en MatLab:

```

function W=pesosnewtoncotes(n)
r=0:n; B=[1];A=ones(1,n);
for i=1:n

A=..... %Construcción de la matriz A
B=..... %Construcción del vector columna B
End

W=.....%Calcular W

```

Solución

```

function W=pesosnewtoncotes(n)
r=0:n; B=[1]; A=ones(1,n+1);
for i=1:n

    A=[A; r.^i];
    B=[B; n^i/(i+1) ];
End

W=A\B;

```

P3

Dada la siguiente rutina

```

f=inline('-y + t+1','t','y')
t=0:0.5:1;
n=length(t);
y=1;
z=[t(1) y];
for i=1:n-1
    k1=0.5*feval(f,t(i),y);
    k2=0.5*feval(f,t(i)+0.5,y+k1);
    y=y+(k1+k2)/2;
z=[z ;t(i+1) y];
end
z

```

Hallar z

.....

Solución

0	1.0000
0.5000	1.1250
1.0000	1.3906

P4

Escriba la rutina llamada gauss-pesos, que tenga como argumentos de entrada los límites de la integral **a** , **b** y el número de puntos a considerar, **n**.

La función deberá evaluar los pesos **w** y los valores de **x** (abscisas) para cualquier fórmula de integración realizada por Gauss-Legendre.

Leer desde un archivo los pesos y ceros de Legendre. (zw.mat). Se encuentran almacenados en las matrices **Z** y **W** que son triangulares inferiores Ejm para 2 puntos seleccione de la segunda fila, solo dos elementos incluido la diagonal, tanto para **W** como **Z**.

Complete lo que falta en código Matlab

```

.....% Inicialice la función
.....% Cargue el archivo zw .mat que contiene
                                % las Matrices Zy W
z = ..... % n ceros de Legendre
w = ..... % n pesos correspondientes
x = .....

```

Solución

```

function [ x, w ] = gauss_pesos( a, b, n)
load zw
z=Z(n,1:n);
w=W(n,1:n);
x=(b-a)/2*z+(b+a)/2;

```

P5

Complete las instrucciones que faltan para resolver la integral:

$$I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

usando la cuadratura de Gauss Legendre con 5 puntos, use la rutina gauss_pesos

de la **P4**.

```

a=          ; b=
f= ..... % defina el integrando en línea
..... % llame a la función gauss_pesos
I=.....

```

Solución

```

a= 0 ; b= 1
f=inline('1./sqrt(x)'); % defina el integrando en línea

```

[x, w] = gauss_pesos(a, b,5);

%llame a la función gauss_pesos

I=(b-a)/2*sum(f(x).*w)

P6

Dado el P.V.I

$$y' = f(x, y) = -\frac{x^2}{x+1}y + xe^x \quad y(0)=1$$

Justifique este problema tiene solución única en el intervalo [0 1].

Nota no debe resolver la E.D.O.

Solución

$$|f(0, y_1) - f(1, y_2)| \leq |L||1 - y_2| \quad \lim_{y_2 \rightarrow \infty} \frac{|0.5y_2 - e^1|}{|1 - y_2|} = 0.5 \leq |L|$$

P7

Dado el problema de valor inicial

$$y'' + \mu(y^2 - 1)y' = 0$$

Condiciones iniciales $y(0)=a$, $y'(0)=0$ $\mu = 1$, $h=0.5$

¿Diga cuál es el valor de a si $y_1=3/2$ (solución aproximada con $h=0.5$ y RK2 al dar el primer paso)?

Solución

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_2 \\ (1 - y_1^2)y_2 - y_1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots$$

$$\dots K1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -a \end{bmatrix} \quad K2 = \begin{bmatrix} -0.5a \\ -(1 - a^2)0.5a - a \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \end{bmatrix} + 0.25 \begin{bmatrix} 0 \\ -a \end{bmatrix} + 0.25 \begin{bmatrix} -0.5a \\ -(1 - a^2)0.5a - a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.625a \\ -(1 - a^2)0.625a - 0.5a \end{bmatrix} \quad a = \frac{12}{7}$$

