

PRIMERA PRÁCTICA CALIFICADA (SOLUCIONARIO)
CALCULO NUMERICO (PARTE A) (40 minutos)

APELLIDOS Y NOMBRE	SECCION	NOTA

Marque la alternativa que considere correcta o escriba su respuesta según el caso:

- La cancelación de dígitos significativos
 - Se produce al dividir por números grandes.
 - Se produce al restar dos números grandes.
 - Se produce al restar dos números muy próximos entre sí.
 - Produce un error inherente, que no se puede recuperar.

- ¿Qué número decimal representa el siguiente patrón de bits en IEEE 754 precisión simple?

0 00001100 010000000000000000000000

$$(-1)^0 \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) 2^{12-127} = 3.0093 \times 10^{-35}$$

- Escribe una función de Matlab que tomando como parámetros de entrada dos vectores x e y devuelva el producto escalar de los dos vectores. Utilizar la siguiente expresión para el cálculo del producto escalar:

$$x \cdot y = \sum_{i=1}^n x_i \cdot y_i$$

La función debe comprobar que los vectores de entrada tienen la misma dimensión (n).

Solución

```
function res=prodesc(x,y)
if length(x)==length(y)
    res=sum(x.*y);
else
    disp('Error, vectores de diferente tamanho')
end
```

- Sea la matriz: $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, con respecto a la factorización LU, relacione correctamente:

1) $U = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3/4 \end{bmatrix}$ 2) $L = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 3/4 \end{bmatrix}$ 3) $U = \begin{bmatrix} 2 & 1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$

- A) Crout 2 B) Cholesky 3 C) Doolite 1

5. Cual es el valor de F, al correr el siguiente programa :

```
A=1:5;B=10:-2:1;C=[A;B];
D=C(end:-1:1,end:-1:1);
E=D*D';
F=E\ [360;180];
```

a) [1;-2] **b) [1;2]** c) [2;1] d) [2;-1] e) N.A.

6. Sea la siguiente funcion recursiva:

```
function x=calcula(n)
if n==1
x=2;
else
x=n-1+calcula(n-1);
end
```

Al evaluar calcula(6) se tendrá:

a) 12 b) 8 c) 15 **d) 17** e) N.A.

7. Se desea evaluar el área de un círculo ($A = \pi r^2$), se sabe que el radio medido fue de $r = 2$ con una precisión de 0.01 y $\pi = 3.1416$ tiene 4 cifras decimales exactas. Determine que error se espera al evaluar el área del círculo:

Solución

$$\begin{aligned}\xi_a &= 2\pi r \xi_r + r^2 \xi_\pi \\ &= 2 * 3.1416 * 2 * 0.01 + 2^2 * 0.5 * 10^{-4} \\ &= 0.1259\end{aligned}$$

8. Sea la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

La cual representa un instante en el juego de michi, 0 es una casilla vacía, 1 una casilla ocupada por el jugador 1, -1 una casilla ocupada por el jugador 2. Como es sabido gana aquel jugador que ocupe una fila completa, un columna completa o alguna de las diagonales. Escriba la siguiente función:

```
function resultado=michi(A)
% 0 : juego empatado
% 1 : gana jugador 1
% -1 : gana jugador 2
```

Solución

```
function resultado=michi(A)
% 0 : Juego empatado
% 1 : gana jugador 1
% -1 : gana jugador 2
resultado=0;
for i=1:3
    if sum(A(i,:))==3
        resultado=1;
    end;
    if sum(A(i,:))==-3
        resultado=-1;
    end;
    if sum(A(:,i))==3
        resultado=1;
    end;
    if sum(A(:,i))==-3
        resultado=-1;
    end;
end
if sum(diag(A))==3
    resultado=1;
end
if sum(diag(A))==-3
    resultado=-1;
end
if sum(diag(A(:,end:-1:1)))==3
    resultado=1;
end
if sum(diag(A(:,end:-1:1)))==-3
    resultado=-1;
end
```

9. ¿Cuáles son los resultados de las siguientes declaraciones en MATLAB (que usa números de punto flotante IEEE con doble precisión)? Observe que todas las salidas son 0 o 1 debido a el operador lógico `==`. Obtenga el resultado correcto:

	0 ó 1	Resultado
(a) $(2^{-53} + 1) - 2^{-53} == 1$		
(b) $(2^{-53} + 2) - 2^{-53} == 2$		
(c) $(2^{1023} * 2^{10}) / 2^{10} == 2^{1023}$		
(d) $\text{inf} - 1e400 == \text{inf}$		

Solución

- (a) 0 (falso), puesto que $2^{53} + 1$ no es exactamente representado
(b) 1 (verdad), puesto que el número $25^3 + 2$ es exactamente representado
(c) 0 (falso), desde $2^{1023} \cdot 2^{10}$ da desbordamiento y devuelve `inf`
(d) 0 (falso), desde $\text{inf} - 1e400 = \text{inf} - \text{inf} = \text{nan}$

10. Completar lo que falta en el mensaje
k=1;if any(any(triu(A, k)));error('La matriz');end

Solucion

La matriz A no es triangular inferior

11. Complete los comandos en Matlab para graficar la función

$$V_i(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t < 5 \\ (t-5)/5 & 5 \leq t < 10 \\ 1 & t \geq 10 \end{cases} \quad t \in [0 \ 100] \text{ con 500 puntos.}$$

Solución

```
t=0:0.2:100  
V=0*(t>=0 & t<5)+(t-5)/5.*(t>=5 & t<10)+1*(t>=10)  
plot(t,V)
```

12. Si A=[1:4; 1 2 3 4; 1 3 0 10; -1 2 9 21]
for i=1:3
A(i+1,:)=A(i,:)+1
end

Solucion

El nuevo valor de A será:

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$

PRIMERA PRÁCTICA CALIFICADA (SOLUCIONARIO)
CALCULO NUMERICO (PARTE B)
(80 minutos)

Problema 1

El periodo (T (seg)) de un péndulo simple, para $\theta \leq \pi/12$ rad., se puede calcular mediante la siguiente relación:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g} \left(1 + \frac{\theta^2}{16} \right)}$$

Si $L = 0.30 \pm 0.001$ m., $g = 9.8$ m/seg² con una precisión de 0.01 y $\pi = 3.1416$ el cual tiene las 4 cifras decimales exactas, si $\theta = 0.2$ rad. cuyo valor fue medido con una precisión de 1%.

- Estime el valor de T .
- ¿Que precisión (%) se espera tener para el valor de T ?

Solución

$$l = 0.30 \quad \xi_l = 0.001 \quad g = 9.8 \quad \xi_g = 0.01 \quad \pi = 3.1416 \quad \xi_\pi = 0.5 \times 10^{-4} \quad \theta = 0.2 \quad \xi_\theta = 0.002$$

$$t = 1.1021$$

$$\frac{\partial t}{\partial \pi} = 2 \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 + \frac{\theta^2}{16} \right) = 0.3508 \quad \frac{\partial t}{\partial l} = \frac{\pi}{\sqrt{gl}} \left(1 + \frac{\theta^2}{16} \right) = 1.8368$$

$$\frac{\partial t}{\partial g} = \pi \sqrt{\frac{l}{g^3}} \left(1 + \frac{\theta^2}{16} \right) = -0.0562 \quad \frac{\partial t}{\partial \theta} = \sqrt{\frac{l}{g}} \left(\frac{\theta}{4} \right) = 0.0275$$

$$\xi_t = \left| \frac{\partial t}{\partial \pi} \right| \xi_\pi + \left| \frac{\partial t}{\partial l} \right| \xi_l + \left| \frac{\partial t}{\partial g} \right| \xi_g + \left| \frac{\partial t}{\partial \theta} \right| \xi_\theta = 0.0025$$

$$\delta_t = \frac{\xi_t}{t} \times 100\% \approx 0.23\%$$

Problema 2

Si suponemos una representación en punto flotante como a continuación se detalla, donde v indica el valor del número representado, determinar:

- La representación del 1,
- El mínimo número no nulo normalizado representable en valor absoluto,
- El mínimo número representable en valor absoluto (distinto de 0), y
- El máximo número representable en valor absoluto.

Signo(1 bit)	Exponente (8 bits)	Mantisa (32 bits)
s	E	F

b) Por Silvester:

$$\det[8] > 0$$

$$\det \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -4 & 10 \end{bmatrix} > 0$$

$$\det[A] > 0$$

$$A = A^T$$

A es simétrica y definida positiva, por lo tanto, admite la factorización de Cholesky.

c) Aplicando la Eliminación Gaussiana:

$$(f_2 + 0.5f_1) \Rightarrow f_2$$

$$(f_3 + 0.25f_1) \Rightarrow f_3$$

$$\begin{bmatrix} 8 & -4 & -2 \\ 0 & 8 & -3 \\ 0 & -3 & 9.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 6.5 \end{bmatrix}$$

$$(f_3 + 0.375f_2) \Rightarrow f_3$$

$$\begin{bmatrix} 8 & -4 & -2 \\ 0 & 8 & -3 \\ 0 & 0 & 8.375 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 8.375 \end{bmatrix}$$

$$x_3 = 1 \quad x_2 = 1 \quad x_1 = 2$$