

**CALCULO NUMERICO (MB535)
TERCERA PRÁCTICA CALIFICADA**

INDICACIONES

1. Resolver las preguntas según la tabla siguiente:

| SECC. | PROBLEMAS | | | |
|--------------|------------------|----|----|----|
| A | 1 | 5 | 7 | 33 |
| C | 2 | 6 | 8 | 17 |
| D | 3 | 4 | 9 | 31 |
| E | 13 | 20 | 10 | 32 |
| F | 14 | 21 | 11 | 34 |
| G | 15 | 22 | 12 | 35 |
| H | 25 | 28 | 18 | 36 |
| I | 26 | 29 | 19 | 24 |
| J | 27 | 30 | 16 | 23 |

2. Se formaran grupos de uno o dos alumnos correspondientes a la misma sección.

3. Si se detecta dos trabajos idénticos tendrán calificativo CERO.

4. Presentar un informe adjuntando su diskette respectivo.

5. Contenido del informe:

- Análisis del problema
- Implementación de los algoritmos (listados de programas) y prueba
- Conclusiones y recomendaciones

FECHA DE ENTREGA:

Día : Viernes 20-01-2006

Hora : 12 a 13 horas

Lugar : Centro de Cómputo.

FECHA DEL TEST

Día : Sábado 21-01-2006

Hora : 12:00 horas

HORARIO DE ASESORIA

Robert Castro Lunes 14-15 Miércoles 14-16 Oficina de Horarios

Hermes Pantoja Lunes 14-16 Martes 17-18 Oficina A1-204

Rosa Garrido Lunes 12-14 Miércoles 11-12 Oficina A1-254

Problema 1

Sea el sistema no lineal

$$\begin{cases} x^2 + xy^2 = 2 \\ xy - 3xy^3 = -4 \end{cases}$$

Pasee raíces en el dominio $-3 \leq x \leq 3$, $-2 < y < 2$). Usando el método iterativo lineal determine:

- La localización gráfica de todas los ceros.
- El algoritmo del punto fijo para la raíz cercana al punto $(0.8, 1.2)^t$, previa comprobación del criterio de convergencia.
- Realice un programa para calcular la raíz aproximada con una precisión de 6 c.d.e.
- Muestre la tabla de resultados. (iter. xi yi errorx errory).

Problema 2

Escriba un programa para la solución de sistemas de ecuaciones no lineales por el método de Newton en la que la matriz jacobiana es aproximada por diferencias finitas (diferenciación numérica). Aplique el programa desarrollado a algunos casos de prueba:

$$\begin{array}{ll} x^2 - xy - 20y^2 = 1 & x(\ln(y^2 + 1) + x) - 2 = 0 \\ \text{a) } x^2 - 5xz - 6z^2 = 0 & \text{b) } \frac{x + y + 1}{y^3 + 2} + 1 = 0 \\ x^2y + xyz + z^3 = 4 & \end{array}$$

Muestre sus resultados en una matriz con la siguiente cabecera
it x y (z) error

Problema 3

Sea el sistema no lineal

$$\begin{cases} x^2 + xy^2 = 2 \\ xy - 2xy^3 = 4 \end{cases}$$

Se pide:

- La localización gráfica de todas los ceros en el dominio $-3 \leq x \leq 3$, $-2 < y < 2$.
- El algoritmo del punto fijo para la raíz cercana a $(-2 \ -1)^t$, previa comprobación del criterio de convergencia.
- Realice un programa para calcular la raíz aproximada con una precisión de 6 c.d.e.
- Muestre la tabla de resultados. (iter. xi yi errorx errory).

Problema 4

Escriba un programa para el cálculo de la primera derivada por diferencias centrales para las funciones:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } f(x) = \sqrt{1 - \cos x + \exp(x)} & -2 \leq x \leq 2 \quad h=0.1, h=0.01; \\ \text{b) } f(x) = \ln(2 - \exp(x)) & 0 \leq x \leq 1 \quad h=0.1; h=0.01; \end{array}$$

- Aproxime la derivada en cada punto del intervalo usando las fórmulas de 2 puntos y 3 puntos. En cada caso sólo debe imprimir 10 valores igualmente espaciados.

2. Reporte solo 10 valores de error cometido en cada caso.
3. Muestre los gráficos correspondiente a cada aproximación conjuntamente con la derivada exacta en el intervalo pedido.

Problema 5

Escriba un programa para el cálculo de la primera derivada por diferencias centrales para las funciones:

a) $f(x) = \sqrt{1 - \sin(2 * x) + \exp(-x)}$ $-1 \leq x \leq 2$ $h=0.1, h=0.01;$

b) $f(x) = \ln(1 + \exp(-2x))$ $-2 \leq x \leq 2$ $h=0.1; h=0.01;$

1. Aproxime la derivada en cada punto del intervalo usando las fórmulas de 2 puntos y 3 puntos. En cada caso sólo debe imprimir 10 valores igualmente espaciados.
2. Reporte solo 10 valores de error cometido en cada caso.
3. Muestre los gráficos correspondiente a cada aproximación conjuntamente con la derivada exacta en el intervalo pedido.

Problema 6

1. Escribir una función **dn=difinc3p(fun,x0,h)** que calcule numéricamente la derivada primera de la función fun(x) en el punto x0 utilizando el método de diferenciación directa por diferencias finitas centradas de 3 puntos considerando diferentes valores del intervalo h (reunidos en el vector **h**).
2. Utilizar la función del ejercicio anterior para estimar numéricamente la derivada primera de $f(x)=\arctg(x)$ en $x0=(2)1/2$, tomando como h los valores de 1, 0.1, 0.01 y 0.001.

| | | | | |
|-----------|----------|------------|-------------|--------------|
| h | 1 | 0.1 | 0.01 | 0.001 |
| dn | | | | |

Problema 7

El ejemplo clásico de este mal comportamiento en las derivadas es la función de Runge dada por:

$$f(x) = \frac{1}{1 + Nx^2}, \quad x \in [-1, 1]$$

- a. Elabore un programa en MatLab que calcule los polinomios de interpolación de $f(x)$ de grados 10, 11, 12, y 13 y los grafique en un gráfico de Matrices tanto la $f(x)$ como los polinomios respectivos.
- b. Grafique usando spline natural cúbico, utilizando 6 segmentos polinomiales, usando su propia rutina
- c. Grafique usando spline forzado cúbico, utilizando los puntos extremos como sus derivadas en los nodos 1 y -1.
- d. Encuentre cual de las curvas splines b) o c) presentan menor error cometido

Problema 8

Hallar el spline cúbico natural de nodos $-h, 0, h$ que interpola a una función dada f en esos puntos. En concreto, hallar el spline que interpola a $f(x) = (1 + x^2)^{-1}$ en $-1, 0, 1$. Hallar también el spline cúbico forzado (frontera sujeta) para la función en los nodos anteriores, y evaluar el error cometido por los dos splines en el punto $x=0.5$ para la función y la derivada.

Problema 9

Se han obtenido experimentalmente los siguientes valores de la viscosidad μ en función de la temperatura T .

| T (K) | $\mu \times 10^5$ ($kg\ m^{-1}\ s^{-1}$) | T (K) | $\mu \times 10^5$ ($kg\ m^{-1}\ s^{-1}$) |
|---------|---|---------|---|
| 200 | 1.360 | 2800 | 8.145 |
| 400 | 2.272 | 3000 | 8.516 |
| 600 | 2.992 | 3200 | 8.878 |
| 800 | 3.614 | 3400 | 9.232 |
| 1000 | 4.171 | 3600 | 9.579 |
| 1200 | 4.695 | 3800 | 9.918 |
| 1400 | 5.197 | 4000 | 10.252 |
| 1600 | 5.670 | 4200 | 10.580 |
| 1800 | 6.121 | 4400 | 10.902 |
| 2000 | 6.553 | 4600 | 11.219 |
| 2200 | 6.970 | 4800 | 11.531 |
| 2400 | 7.373 | 5000 | 11.838 |
| 2600 | 7.765 | | |

Determine un polinomio que aproxime los valores dados con una precisión, medida en norma euclidiana, por lo menos tan buena como la conseguida con la fórmula de Sutherland

$$\mu = (1.458)10^{-6} \frac{T^{3/2}}{T + 110.4}$$

Frecuentemente utilizada para obtener la viscosidad de un fluido en función de la temperatura.

Problema 10

Una refinería puede comprar dos tipos de petróleo bruto: leve o pesado. Los costos por barril de ese tipo son respectivamente 100 y 90 (reales). Las siguientes cantidades de gasolina (G), queroseno (Q) y combustible de avión (CA) son producidas a partir de un barril de cada tipo de petróleo:

| | | | |
|--------|------|-----|------|
| | G | Q | CA |
| Leve | 0.4 | 0.2 | 0.35 |
| Pesado | 0.32 | 0.4 | 0.2 |

Note que el 5% y 8% del petróleo bruto leve y pesado, son perdidos respectivamente durante el proceso de refinamiento. La refinería debe entregar 100 barriles de Gasolina, 40 barriles de Combustible para aviones, disponiendo de 20 mil reales para la compra de petróleo bruto leve y pesado. El objetivo es determinar tales cantidades. Denotando por x las cantidades de petróleo bruto leve y por y las cantidades de petróleo bruto pesado, en barriles.

- Usando el método de los mínimos cuadrados determine x e y
- Grafique sus resultados (datos y valores aproximados)
- Muestre el factor de Regresión. ¿Que concluye del ajuste?

Problema 11

Dada la siguiente tabla:

| | | | | | | |
|-------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| x | 2.0 | 2.1 | 2.2 | 2.3 | 2.4 | 2.5 |
| J₀(x) | 0.2239 | 0.1666 | 0.1104 | 0.0555 | 0.0025 | -0.0484 |

Que corresponde a la función de Bessel de orden 0,

$$J_0(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(x \operatorname{sen} t) dt,$$

- Hacer una función en Matlab que evalúe los coeficientes del polinomio de Newton de interpolación en base a las diferencias divididas, b_i , a partir de los puntos dados (x_s, y_s) que serán seleccionados de la tabla según del grado n especificado.

La función tendrá la siguiente cabecera:

function [bi]= coef(x,y,n);

$$P_n(x) = b_0 + b_1(x - x_0) + b_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots$$

- Hacer el programa en Matlab que evalúe en forma aproximada $J_0(x)$ usando el polinomio de Newton según una tolerancia impuesta. Este programa debe llamar a la subrutina anterior.

Probar con $J_0(2.15)$, $J_0(2.25)$ y $J_0(2.35)$, para una tolerancia de $\frac{1}{2}10^{-3}$

Problema 12

Un vehículo de fabricación nacional, después de varias pruebas, presentaron los resultados a seguir, cuando se analiza el consumo de combustible de acuerdo a la velocidad media impuesta al vehículo. Las pruebas fueron realizadas en condiciones de normal tráfico, en una distancia de 72 Km.

| | | | | | | |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V(Km/h) | 55 | 70 | 85 | 100 | 115 | 130 |
| Cons(Km/l) | 14.08 | 13.56 | 13.28 | 12.27 | 11.30 | 10.40 |

Verificar el consumo aproximado para el caso de las velocidades de:

- 80 km/h
- 105 Km/h

Use un programa para encontrar las parábolas y cúbicas que mejor interpolan estos datos, además de encontrar el error cometido en forma aproximada.

Use polinomios discutidos en clase.

Problema 13

Se tiene el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} x^3 - xy^2 + y^3 = 0 \\ x \sin(xy) + 1 = 0 \end{cases}$$

se pide:

- Localizar gráficamente la(s) solución(es) del sistema.
- Encontrar una solución aproximada utilizando el método de Newton-Raphson tomando como punto inicial $X^{(0)} = [1 \ 0]^T$ iterando hasta que $\|X^{(k)} - X^{(k-1)}\|_{\infty} < 10^{-6}$.
- Implemente un programa en MatLab que aproxime la solución del sistema utilizando el método del Punto Fijo para cualquier punto inicial analizando la convergencia.

Problema 14

Dado el sistema de ecuaciones no lineales

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 4 \\ e^{-x} + xy = 1 \end{cases}$$

- Gráficamente indicar cuántas soluciones reales tiene el sistema dado.
- Para una de las soluciones reales, tome como aproximación inicial apropiado de coordenadas enteras $X^{(0)} = (x^{(0)} \ y^{(0)})^T$ y realice todos los pasos necesarios para obtener la aproximación $X^{(1)} = (x^{(1)} \ y^{(1)})^T$, utilizando el método de Newton Raphson y el método de Punto Fijo.
- Escribir un programa en MatLab para obtener una aproximación $X^{(k)} = (x^{(k)} \ y^{(k)})^T$, iterando hasta que $\|X^{(k)} - X^{(k-1)}\|_{\infty} < 10^{-3}$, utilizando el método de Newton-Raphson y el método de Punto Fijo.

Problema 15

Considere el siguiente sistema de ecuaciones no lineales

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2 \\ 3y + z = 1 \end{cases}$$

- Transformar este problema en uno de punto fijo, eligiendo dos formulaciones diferentes, y estudiando las condiciones de aplicabilidad del teorema de convergencia.
- Encontrar una solución aproximada utilizando el método de Newton-Raphson tomando como punto inicial $X^{(0)} = [1 \ 0 \ 0]^T$ iterando hasta que $\|X^{(k)} - X^{(k-1)}\|_{\infty} < 10^{-6}$.
- Implementar un programa en MatLab que encuentre todas las soluciones enteras del sistema no lineal.

Problema 16

La temperatura t medida en ciertos x próximos a un foco de calor ha sido:

| | | | | | |
|--|-----|-----|-----|-----|-----|
| Temperatura t ($^{\circ}\text{C}$) | 8.8 | 7.2 | 6.0 | 4.2 | 2.8 |
| Punto x (m) | 0.5 | 1.0 | 2.0 | 3.0 | 4.0 |

- Representar gráficamente los cinco datos (x,t) mediante el comando PLOT
- Calcular el polinomio de interpolación $P_4(x)$ por diferencias divididas.
- Estimar la temperatura t en posiciones distantes 1.5 y 2.5 m de acuerdo al polinomio $P_4(x)$, calcule el error de interpolación.
- Comprobar el resultado anterior del apartado c) con el obtenido con la función de MatLab llamada INTERP1
- Superponer en la gráfica del apartado a) el trazo de la curva $P_4(x)$ y los puntos interpolados. Usa el comando HOLD ON para superponer los gráficos.

Problema 17

Conocida la siguiente tabla

| | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| x | 0.4 | 0.42 | 0.44 | 0.46 | 0.48 | 0.5 |
| $f(x)$ | 1.4918 | 1.5220 | 1.5527 | 1.5841 | 1.6161 | 1.6487 |

Representa los valores de $f(x)$

- Implementar un programa en MatLab que construya una tabla de diferencias finitas.
- Aproxime para $x=0.445$, 0.487 , calcule el error de interpolación.
- Grafique el polinomio interpolante.
- Implemente un programa en MatLab que muestre los polinomios básicos de Lagrange ($L_j(x)$) dada la tabla inicial.

Problema 18

El nivel de agua en el Mar del Norte está determinado principalmente por la marca llamada M2, cuyo periodo es de aproximadamente 12 horas. Se han realizado las siguientes mediciones:

| | | | | | | |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| t(horas) | 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| H(t)(m) | 1.0 | 1.6 | 1.4 | 0.6 | 0.2 | 0.8 |

a) Ajustar la serie de mediciones usando el método de mínimos cuadrados y la función

$$H_1^*(t) = h_0 + a_1 \sin\left(\frac{2\pi t}{12}\right)$$

b) Calcular errores que permiten estimar la precisión de la aproximación realizada en a).

c) Utilizando ahora la función

$$H_1^*(t) = h_0 + a_1 \sin\left(\frac{2\pi t}{12}\right) + a_2 \cos\left(\frac{2\pi t}{12}\right)$$

d) Repetir b) para la nueva función aproximante. Comparar. Obtener conclusiones.

Problema 19

Construir las aproximaciones indicadas, calcular los errores y obtener conclusiones.

- Aproximación polinómica de grado 1.
- Aproximación polinómica de grado 2.
- Aproximación polinómica de grado 3.
- Aproximación de la forma be^{ax}
- Aproximación de la forma bx^a

| x | y |
|-----|----------|
| 0.2 | 0.050446 |
| 0.3 | 0.098426 |
| 0.6 | 0.332770 |
| 0.9 | 0.726600 |
| 1.1 | 1.097200 |
| 1.3 | 1.569700 |
| 1.4 | 1.848700 |
| 1.6 | 2.501500 |

Problema 20

En un circuito con un voltaje impreso $\varepsilon(t)$ y una inductancia L , la primera ley de Kirchhoff da la relación

$$\varepsilon = L \frac{di}{dt} + Ri$$

donde R es la resistencia del circuito e i es la corriente. Supóngase que se efectuaron mediciones de corriente para varios valores de t , obteniéndose:

| | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|
| T | 1.00 | 1.01 | 1.02 | 1.03 | 1.04 |
| I | 3.10 | 3.12 | 3.14 | 3.18 | 3.24 |

donde t está medido en segundos e i en amperes. La inductancia L vale 0.98 Henrios y la resistencia R es 0.142 Ohms. Obtener los valores aproximados del voltaje en cada uno de los 5 instantes de tiempo usando una fórmula de diferenciación de al menos 3 puntos.

Problema 21

Usando la siguiente regla de derivación para la segunda derivada

$$f''(x_k) \approx \frac{1}{h^2} [f(x_{k-1}) - 2f(x_k) + f(x_{k+1})]$$

Implementar un programa en MatLab para calcular el valor de la segunda derivada de la función

| | | | | | | | |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| T | 0.8 | 0.9 | 1.0 | 1.1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 |
| I | 3.1647 | 3.2158 | 3.2616 | 3.3030 | 3.3408 | 3.3755 | 3.4077 |

En los puntos 1.0, 1.1, 1.2, 1.3. Hallar error cometido en cada caso.

Problema 22

Considere los siguientes valores de la función $f(x) = xe^x$

| | | | | | |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| x_i | 1.8 | 1.9 | 2.0 | 2.1 | 2.2 |
| $f(x_i)$ | 10.8894 | 12.7032 | 14.7781 | 17.1490 | 19.8550 |

Implementar un programa en MatLab que aproxime el valor de la primera derivada en $x=2$, usando diferencias finitas.

Problema 23

Implementar un programa de determine el spline cúbico que pasa por los puntos (0,0); (1,0.5); (2,2); (3, 1.5) y verifique las condiciones sobre la primera derivada en los extremos dados por $S'(0)=0.2$ y $S'(3)=-1$. El programa también debe presentar la siguiente gráfica:

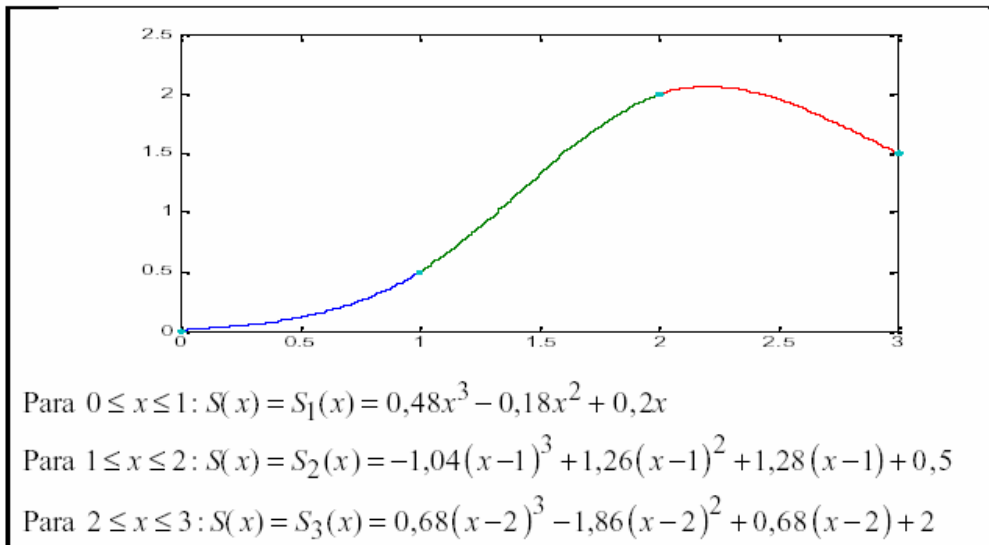


Figura 1. El Spline S definido sobre $[0, 3]$.

Problema 24

- Use la función Spline de MatLab para interpolar la función $f(u) = \sin(u)$ en $(0, f(0)), (1, f(h)), \dots, (n, f(nh))$ donde $h = \pi/n$ para $n = 5 \dots 10$. Graficar la interpolación Spline y la función original.
- Considere la curva paramétrica $(\sin(u), \cos(2u))$. Use la función Spline de MatLab para interpolar $\sin(u)$ y $\cos(2u)$ con 5 y 10 puntos, sea la función Spline interpolada $SS(t)$ y $SC(t)$ respectivamente. Graficar $(SS(t), SC(t))$ y $(\sin(t), \cos(2u))$ en la misma figura.

Problema 25

Sea el sistema:

$$\begin{cases} x - 2y + 0.5 \ln(xy + 1) = 0 \\ x^2 - y^2 = 1 - x \end{cases}$$

- Localizar gráficamente todas las raíces del sistema.
- Elabore el algoritmo adecuado usando aproximaciones sucesivas y calcular todas las raíces con una precisión de 8 c.d.e.
- Resuelva mediante Newton-Raphson con una precisión de 14 c.d.e.

Problema 26

Sea el sistema:

$$\begin{cases} (x^2 + y^2)^2 - x^2 + y^2 = 0 \\ x^3 + y^3 - 3xy = 0 \end{cases}$$

- Localizar gráficamente todas las raíces del sistema.
- Elabore el algoritmo adecuado usando aproximaciones sucesivas y calcule las raíces con una precisión de 8 c.d.e.
- Resuelva mediante Newton-Rapshon con una precisión de 12 c.d.e.

Problema 27

Considere el sistema de ecuaciones lineales

$$f_1(x, y) = x(1 - x) + 4y = 12$$

$$f_2(x, y) = (x - 2)^2 + (2y - 3)^2 = 25$$

- Determine una solución aproximada a través del gráfico.
- Use la aproximación de a) como aproximación inicial para el método de Newton y calcule una solución con una precisión de 8 c.d.e
- Resuelve mediante aproximaciones sucesivas con una precisión de 7 c.d.e.

Problema 28

a) Deduzca una fórmula de diferenciación para $f'(x_1)$, usando los puntos:

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| x0 | x1 | x2 | x3 | X4 |
| f0 | f1 | f2 | f3 | f4 |

Donde h es la longitud de cada intervalo.

- Tabule $f(x) = e^{x^2} \text{sen}(3x)$, en $x=0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$. Utilice la fórmula deducida en (a) para hallar $f'(0.1)$.
- Determine el error cometido.
- Al estimar $f'(0.1)$ y $f'(0.2)$, a su criterio que aproximación tendrá menos error. Demuéstrelo mediante cálculos.

Problema 29

a. Deduzca la siguiente fórmula de diferenciación numérica a partir del polinomio interpolante de Newton basado en diferencias divididas:

$$f'(x) \approx \frac{1}{6h} (-11f(x) + 18f(x+h) - 9f(x+2h) + 2f(x+3h))$$

- Usando la fórmula anterior evalúe la derivada de $f(x) = e^{x^2} \text{sen}(2x)$, en $x=0, 0.5$ y 1 ; con $h=0.1, 0.01, 0.001, 0.0001$, usando la fórmula dada en a) y muestre el error para cada caso.

Problema 30

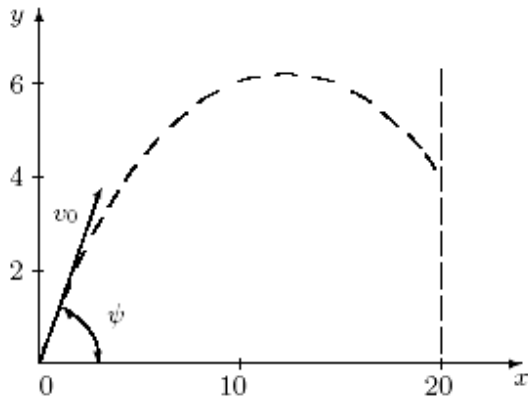
- a. Deduzca la siguiente fórmula de diferenciación numérica a partir del polinomio interpolante de Newton basado en diferencias finitas:

$$f'(x) \approx \frac{1}{6h} (f(x-2h) - 6f(x-h) + 3f(x) + 2f(x+h))$$

- b. Usando la fórmula anterior evalúe la derivada de $f(x) = x^3 e^{2x}$, en $x=1, 1.5$ y 2 ; con $h=0.1, 0.01, 0.001, 0.0001$, usando la fórmula dada en a) y muestre el error para cada caso.

Problema 31

Un proyectil fue lanzado de un punto tomando como origen haciendo las siguientes observaciones:



- Se fotografió el proyectil a 10 metros del punto de lanzamiento y fue determinado su altitud en ese lugar: 6 metros.
- Una barrera a los 20 metros del punto de lanzamiento lo interceptó y allí fue determinada su altitud: 4 metros..

Con esos 3 puntos es posible interpolar la trayectoria del proyectil. Comparando la ecuación teórica con la obtenida por la interpolación es posible determinar los parámetros de lanzamiento: el ángulo ψ con la horizontal, y la velocidad inicial v_0 .

Asimismo:

- Determine el polinomio interpolador
- Determine ψ y v_0 sabiendo que la ecuación de la trayectoria es dada por:

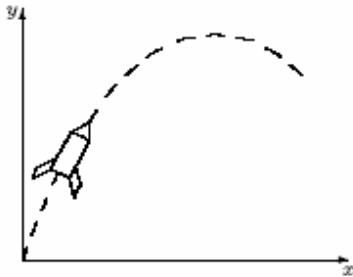
$$y = x \operatorname{tg} \psi - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \psi},$$

Donde $g=9.86 \text{ m/s}^2$.

- Calcule la altitud del proyectil a 5 metros del punto de lanzamiento.

Problema 32

Un cohete es lanzado en la dirección mostrada en la figura:



y las coordenadas x e y en varios instantes de tiempo t después del lanzamiento, están dados en la tabla:

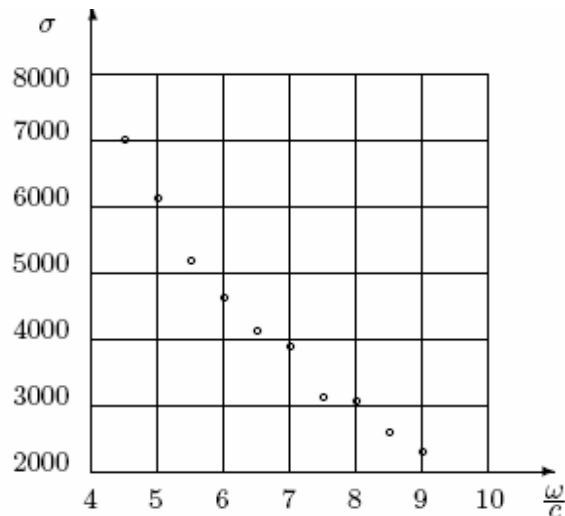
| t (segundos) | x (mil pies) | y (mil pies) |
|-------------------|-------------------|-------------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 100 | 80 | 300 |
| 200 | 200 | 700 |
| 300 | 380 | 1200 |
| 400 | 500 | 1000 |
| 500 | 550 | 600 |

- Calcule $x(250)$, $y(250)$ e $y(x(250))$, usando polinomio de interpolación sobre todos los puntos.
- Compare los valores de $y(250)$ e $y(x(250))$. ¿Los resultados son los mismos?

Observe que si Ud. estuviera haciendo un programa para resolver este problema en el ítem a) para interpolar (t_i, x_i) , (t_i, y_i) e (x_i, y_i) , o sea existirá tres polinomios interpoladores y una subrutina.

Problema 33

La resistencia a la compresión de concreto, σ , disminuye con el aumento de razón de agua /cemento, $\frac{w}{c}$, (en galones de agua por saco de cemento). La resistencia a la compresión de tres muestras de cilindros para varias razones de $\frac{w}{c}$ se muestran en el siguiente gráfico:



Cuyos valores se dan en la tabla:

| $\frac{\omega}{c}$ | 4.5 | 5.0 | 5.5 | 6.0 | 6.5 | 7.0 | 7.5 | 8.0 | 8.5 | 9.0 |
|--------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| σ | 7000 | 6125 | 5237 | 4665 | 4123 | 3810 | 3107 | 3070 | 2580 | 2287 |

- Usando el método de los mínimos cuadrados, ajuste σ , a los datos, utilizando una función del tipo $k_1 e^{-k_2 \frac{\omega}{c}}$.
- Compare los valores de la curva obtenida en a) con el del gráfico, para verificar (por inspección) si la curva obtenida para σ es una buena aproximación.
- Encuentre el factor de regresión. Comente sus resultados.

Problema 34

Después de ser efectuadas las mediciones en un generador de corriente continua, fueron obtenidos los siguientes valores indicados por un voltímetro y un amperímetro.

| | | | | | | |
|----------------------|------|------|-----|-----|------|------|
| $I(\text{carga}(A))$ | 1.58 | 2.15 | 4.8 | 4.9 | 3.12 | 3.01 |
| $V(v)$ | 210 | 180 | 150 | 120 | 60 | 30 |

Haga un gráfico de los datos.

- Ajuste los datos por un polinomio de grado adecuado
- Estime el valor a ser obtenido en el voltímetro cuando el amperímetro está marcando 3.05A.

Problema 35

Interpolar la función:

$$f(x) = e^x \sin(x) - x - 1$$

en los puntos $x_i = -1 + (i-1)/2$, con $i=1,2,\dots,5$ usando la función *spl* en Matlab creada por el usuario que le permita seguir la función por polinomios segmentados de grado 3. Compare con la rutina del Matlab. Grafique el polinomio de interpolación y la función f en el intervalo $[-2, 2]$.

Problema 36

Evalúe la función

$$f(t) = \begin{cases} 10\log(t^2 + t + 1) & t \in [-1,0] \\ 10t^3 - 20t^2 + t & t \in (0,1] \end{cases}$$

en 8 intervalos igualmente espaciados en el intervalo $[-1,1]$.

1. Construya un spline cúbico natural s que interpola a f en esos puntos.
2. Dibuje la gráfica del error $e(t)=f(t)-s(t)$ y determine el máximo error considerando un paso de 0.01. Compare con el resultado de una interpolación polinomial usando la misma cantidad de nodos de la pregunta anterior. Haga gráficos comparativos.
3. Construya el interpolador spline forzado (use los valores exactos de las derivadas en los extremos a partir $f(t)$) y dibuje la gráfica de la diferencia entre los dos splines.
4. Comente sus resultados.

Los Profesores