

CALCULO NUMERICO (MB535)
PRIMERA PRACTICA CALIFICADA (PARTE A)

INDICACIONES

1. Resolver las preguntas según la tabla siguiente:

SECC.	PROBLEMAS		
A	1	5	23
C	2	6	24
D	3	7	17
E	4	8	18
F	11	9	19
G	14	10	20
H	15	12	21
I	16	13	22

2. Se formarán grupos de uno o dos alumnos correspondientes a la misma sección.

3. Si se detecta dos trabajos idénticos tendrán calificación CERO.

4. Presentar un informe adjuntando su diskette respectivo.

5. Contenido del informe:

- Análisis del problema
- Implementación de los algoritmos (listados de programas) y prueba
- Conclusiones y recomendaciones

FECHA DE ENTREGA:

Día : Jueves, 17 de Noviembre del 2005

Hora : 12:00 horas

Lugar : Laboratorio de Computo

ASESORIA

Prof. Garrido	Miércoles	11-12	Aula : A1-154
	Jueves	12-14	
Prof. Castro	Lunes	14-16	Aula : A1-154
	Miércoles	14-16	

PARTE B (Test)

Día : Sábado 19/11/2005

Hora : 12 horas

Problema 1

Sea el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + ay = 5 \\ bx + 2y = d \end{cases}$$

en donde $a = 2.5 \pm 0.001$ $b = 1/a$ $d = b - a$. ¿Con que exactitud se determinará el producto xy ?

Problema 2

Con que exactitud es necesario medir el radio de una esfera para que su volumen y su superficie sea conocido con un error relativo menor a 0.05%? Cuantos decimales es necesario emplear para el valor de π ?

Problema 3

Supongamos una barra de hierro de longitud l y sección rectangular axb fija por uno de sus extremos. Si sobre el extremo libre aplicamos una fuerza F perpendicular a la barra, la flexión s que esta experimenta viene dada por la expresión:

$$s = \frac{4 l^3 F}{E ab^3}$$

en donde E es una constante que depende solo del material denominada modulo de Young. Conociendo que una fuerza de 10 Kp aplicada sobre una barra de 125 cm de longitud y sección cuadrada de 2.5 cm produce una flexión de 1.71 mm. Calcular el modulo de Young y el intervalo de error. Suponer que los datos vienen afectados por un error máximo correspondiente al de aproximar por truncamiento las cifras dadas.

Problema 4

Un carrete cilíndrico hueco y uniforme tiene radio interior $R/2$, y un radio exterior $R = 0.18 \pm 0.05\%$ y la masa M comprendida entre 1.99 y 1.991 Kg: Esta montado de manera que gira sobre un eje horizontal fijo. Una masa m comprendida entre 0.201 y 0.202 Kg. Desciende a partir del reposo una distancia $y = 0.2 \pm 0.002$ m. Durante un tiempo $t = 1.032$ seg. el cual tiene 3 las tres cifras decimales exactas. Si el momento de torsión T debido a las fuerzas friccionantes entre el carrete y eje es:

$$T = R \left[m \left(g - \frac{2y}{t^2} \right) - \frac{5}{4} M \left(\frac{y}{t^2} \right) \right]$$

$$g = 9.8 \text{ m/seg}^2$$

- Estime el valor de T
- Cual es su precisión y su rango
- Elabore una rutina en MATLAB para obtener a) y b).

Problema 5

Un sistema binario de punto flotante tiene una mantisa de 12 bits y un exponente que varía entre -7 y 8. Determine

- La cantidad de números que tendrán almacenamiento exacto.

- b) El epsilon para este sistema
- c) El Overflow
- d) El Underflow
- e) Como se almacenaran los siguientes números: -3.2, 1/3, 1e-14, 8000.12.

Problema 6

Un sistema de punto flotante en base 2, tiene una mantisa de 10 dígitos y un exponente que varia entre -7 y 8. Determine

- a) Muestre todos los valores que tendrán almacenamiento exacto.
- b) El epsilon para este sistema
- c) El Overflow
- d) El Underflow
- e) Como se almacenaran los siguiente números: pi, sqrt(2), 1e-9, 20000.11

Problema 7

Un sistema de punto flotante de base 10 y mantisa de 4 dígitos maneja exponentes entre -10 y 10.

- a) Muestre cuantos valores diferentes se pueden almacenar de manera exacta.
- b) El epsilon para este sistema
- c) El Overflow y el Underflow
- d) ¿Cual es valor de la siguiente sumatoria, $S=2+1/2+1/3!+1/4! \dots 1/10!?$
- e) Sumar en orden invertido y compare
- f) ¿Cual es error si dicha serie de converger a la base de logaritmos naturales?

Problema 8

Un sistema de punto flotante de base 2 y mantisa de 8 dígitos maneja exponentes entre -10 y 10.

- a) Muestre cuantos valores diferentes se pueden almacenar de manera exacta.
- b) El epsilon para este sistema
- c) El Overflow y el Underflow
- d) Calcular $1/7 + 1/13 + 1/17$, en este sistema y su error.
- e) El número siguiente a 1/11, que tenga representación exacta.

Problema 9

Una máquina hipotética emplea una palabra-memoria de 11 bits para representar números binarios normalizados de la forma:

$$x = \pm(0.d_1d_2\dots dt.d_{t+1}) \times B^n \quad (B=2 ; d_1 \neq 0)$$

0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
un bit	4 bits exponente				11 bits mantisa										
sgn															

- a) ¿Cuál es la precisión (t) de esta máquina?
- b) ¿Cuál es el epsilon de esta máquina?
- c) ¿Escribir x, dado en el esquema precedente, en la base 10?

- d) Dada la representación anterior del número x , escribir las correspondientes a los números inmediato anterior (**a**) y posterior (**b**), expresando todos estos valores en base diez.
- e) ¿Hallar el opuesto (-s) del número $s = a+b$, bajo la forma decimal y binaria?

Problema 10

Del problema anterior

- a) ¿Cual es el error absoluto y relativo si queremos guardar en esta máquina el flotante del número π ?
- b) ¿Cuál es el máximo número que puede almacenar esta máquina?
- c) ¿Cuál es el mínimo número que puede almacenar esta máquina?
- d) ¿Cuál es el número Overflow?
- e) ¿Cuántos números existen en este sistema?

Problema 11

Usando Matlab, archivos script o funciones

- a) Ilustrar el fenómeno de desbordamiento (overflow) trabajando con 4 dígitos decimales, al calcular:

$$(1) \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad \text{con } a = 10^{60}; b = 1$$

- b) Reemplazar la fórmula (1) por la siguiente forma:

$$c = s \cdot \sqrt{(a/s)^2 + (b/s)^2}, \quad \text{donde } s = \max\{a, b\}$$

- c) Sustente sus Conclusiones usando la teoría de errores.

Problema 12

Realizar programas en Matlab para efectuar pruebas en los siguientes casos, y luego extraer conclusiones:

- a) Sumar el número 0.0001 diez mil veces.
- b) Dada la serie $4 - 4/3 + 4/5 - 4/7 + 4/9 \dots$, hacer un programa que realice la suma de izquierda derecha hasta encontrar un término menor que 0.0001.
- c) Sustente sus Conclusiones usando la teoría de errores.

Problema 13

Las matrices de Vandermonde son matrices de la forma

$$V_n = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \alpha_1^{n-1} & \alpha_2^{n-1} & \dots & \alpha_n^{n-1} \end{pmatrix}.$$

Siendo $\alpha_j = 1 - 2(j - 1)/(n - 1)$, $j = 1 : n$. Usando un programa en Matlab que calcule los números de condicionamiento $\kappa(V_n)$ for $n = 5, 10, 15, 20, 25$. ¿Grafique como varía $\kappa(V_n)$ con n ?

Nota: Utilice la función *cond* en Matlab, para el número de condicionamiento.

Problema 14

- La expresión $x^2 - y^2$ nos da una catastrófica cancelación si $|x| \approx |y|$. Muestre que es más aproximado evaluar como $(x + y)(x - y)$.
- Considere usando la identidad trigonométrica $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ para calcular $\cos x = (1 - \sin^2 x)^{1/2}$. Para cualquier argumento en el rango de $0 \leq x \leq \pi/4$; ¿Está fórmula fallaría para aproximar en estos valores? Justifique usando la teoría de errores.

Problema 15

Se tiene las medidas de los dos lados y el ángulo de un triángulo:

$a=100.0 \pm 0.1$ $b=101.0 \pm 0.1$, y el ángulo $C=1.00^\circ \pm 0.01^\circ$. Entonces el tercer lado es dado por el teorema de cosenos

$$c = (a^2 + b^2 - 2ab \cos C)^{1/2}$$

- ¿Con que aproximación es posible determinar c a partir de los datos?
- ¿Con que aproximación se conseguiría en c si se usa el valor de $\cos 1^\circ = 0.9998$, el cual es correcto en cuatro lugares decimales?
- Reescriba el teorema de cosenos de tal forma que sea posible calcular c con la mejor aproximación usando sólo cuatro decimales para las funciones trigonométricas.

Problema 16

- Resuelve la ecuación $x^2 - 26x + 1 = 0$ usando la fórmula cuadrática. Utiliza aritmética con mantisa de 5 dígitos en base 10 para encontrar valores numéricos de las raíces de esta ecuación (por ejemplo, necesitaras $\sqrt{168} \approx 12.961$). ¿Se produce alguna pérdida de significación?
- Halla las raíces de la ecuación anterior con mayor precisión usando solamente aritmética con mantisa de 5 dígitos. (Sugerencia: $13 - \sqrt{168} = \frac{1}{13 + \sqrt{168}}$).
- Diseña una función en Matlab que reciba los valores a , b y c y produzca como resultado un vector con las soluciones de una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$. Comprueba tu programa para algunas ecuaciones de grado dos cuya solución conozcas de antemano.

Problema 17

Sea el sistema:

$$x_k = \left(\frac{3}{4}\right)x_{k-1} + \left(\frac{1}{4}\right)x_{k+1} \quad k = 1 \wedge n - 1$$
$$x_0 = 1 \quad x_n = 0$$

Que se puede interpretar como representar un caminante que se mueve al azar, hacia la izquierda con frecuencia triple que hacia la derecha, sobre una línea con posiciones numeradas de 0 a n . Parte de la posición 0 y cuando llega a la posición n se detiene. x_k representa la probabilidad de ubicarse en el punto k .